

Die Farben galaktischer
RR Lyrae-Sterne
im Maximum ihres Lichtwechsels

Dissertation
von
Edward Geyer

Reinis-Sternwarte
Bamberg
Mai 1960

Inhaltsübersicht

Zusammenfassung	Seite 3
Kap.I: Einleitung und Problemstellung	" 4
Kap.II: Die Beobachtungen	
§1: Beobachtungsprogramm und Meß- methode	" 7
§2: Beschreibung der Meßapparatur	" 10
§3: Die Farbsysteme der Bamberger Photometer	" 11
§4: Die Berücksichtigung der Extink- tion bei den Messungen der Ver- änderlichen	" 14
§5: Die photometrischen Daten der beo- achteten galaktischen RR Lyrae- Sterne	" 17
Kap.III: Die Diskussion der Beobachtungen	
§1: Berücksichtigung der interstellaren Verfärbung	" 22
§2: Die beiden physikalischen RR Lyrae- Sterngruppen	" 25
§3: Die Farben-Periodenbeziehungen und die Lage der RR Lyrae-Sterne im Zweifarbendindexdiagramm	" 29
§4: Die verfärbten Sterne und ihre Ver- färbungsparallaxen	" 31
Kap.IV: Die physikalische Deutung	
§1: Theoretische Perioden-Leuchtkraft- beziehungen für beide RR Lyrae- Gruppen	" 33
§2: Die Pulsation der RR _{c+b} ^I -Sterne in der ersten Oberschwingung	" 35
Literaturverzeichnis	" 38

Z u s a m m e n f a s s u n g

=====

An Hand eines Materials von 25 galaktischen RR Lyrae-Sternen, von denen zu 80% lichtelektrische Helligkeiten und Farbindices im Maximum des Lichtwechsels und Teile der Lichtkurven im UBV-System mit dem 60 cm-Spiegel der Reims-Sternwarte gemessen wurden, wird die Existenz zweier physikalischer Gruppen unter diesen Sternen nachgewiesen.

Die eine Gruppe, deren Lichtwechselperioden in dem Intervall $0,055 < P < 0,4$ liegen, umfassen die RR_{c+b}-Sterne und sind "röter" als die RR_{a+b}-Sterne mit Perioden $0,35 < P < 0,8$. Das Pulsationskriterium $P \cdot \sqrt{L/L_0} = Q$ liefert Perioden-Leuchtkraftbeziehungen für beide Gruppen sowie den Nachweis für die Pulsation in der 1. Oberschwingung für die RR_{c+b}-Sterne. Als Gruppenkriterien lassen sich außer der Periode und Eigenfarbe noch die Asymmetrie der Lichtkurven und die Farb- bzw. Helligkeitsamplituden verwenden. Verfarbungsparallaxen dreier Sterne, wie auch die Perioden-Leuchtkraftbeziehungen deuten darauf hin, daß die absoluten Helligkeiten der RR_{c+b}-Sterne bei Perioden um $0,3 M_V(\text{Max}) = 0,5$, für RR_{a+b}-Sterne bei Perioden um $0,5$ dagegen $M_V(\text{Max}) = -0,5$ betragen.

Die Lage der Sterne im Zweifarbenindexdiagramm bestätigt ihren Population II-Charakter mit Überschuß an UV-Strahlung, wenn die Eigenfarbe $(B-V)_0 > 0$, infolge geringerer Metallhäufigkeit in ihren Atmosphären, wogegen sich ein UV Mangel bemerkbar macht, wenn $(B-V)_0 < 0$.

I. Einleitung und Problemstellung

RR Lyrae-Sterne sind Cepheiden der BAADE'schen Population II mit Lichtwechselperioden kleiner einem Tag. Neben ihrem Auftreten als galaktische Feldsterne in allen galaktischen Breiten finden sie sich in großer Anzahl in den Sternansammlungen der Kugelhaufen, wie auch in Richtung zum Milchstraßenzentrum.

Zuerst wurde diese Gruppe von Veränderlichen durch PICKERING 1889 in Kugelsternhaufen entdeckt und erst 1899 von FLEMING der Helligkeitswechsel des Feldsterne RR Lyrae selbst erkannt. BAILEY (1902) untersuchte als erster die Lichtkurven einer Menge von RR Lyrae-Sternen in Kugelsternhaufen und gab eine Klassifikation der Veränderlichen nach der Form und Asymmetrie ihrer Lichtkurven durch Anfügen der Buchstaben a, b, c. Wegen ihres häufigen Vorkommens in Kugelsternhaufen bezeichnet man sie auch als Haufenveränderliche (cluster type variables) neben der Bezeichnung nach dem Prototyp RR Lyrae.

Spätere Untersuchungen an Haufenveränderlichen zeigten, daß vom physikalischen Standpunkt die RR_a - und RR_b -Veränderlichen einer Gruppe zuzurechnen sind, wenn $P > 0,4$, sodass man seither nur zwischen RR_{a+b} - und RR_c -Sternen unterschied. Es wird in dieser Arbeit gezeigt, daß diese Unterscheidung nur dann richtig ist, wenn die Perioden der RR_b -Sterne $P \geq 0,5$ sind. Es ist daher zweckmäßig, wenn man sich weiterhin an die BAILEY-Klassifikation halten will, zwischen den beiden Veränderlichengruppen RR_{a+b} und RR_{c+b} zu unterscheiden.

Auf die Lage der RR Lyrae-Sterne im horizontalen Ast des HERTZSPRUNG-RUSSELL-Diagramms (HRD) bzw. Farben-Helligkeitsdiagramms (FHD) der Population II-Sterne wies erstmals TEN BRUGGENCATE (1927) hin. SCHWARZSCHILD (1940) zeigte dann, daß die RR Lyrae-Sterne des Kugelhaufens M3 innerhalb eines engen Farbbereiches im horizontalen Ast des FHD liegen und daß ganz allgemein Sterne von M3 eine Tendenz zur Veränderlichkeit haben, wenn sie in diesen Farbbereich fallen. Dieses Ergebnis wurde durch die Untersuchung der Instabilitätszone der Haufenveränderlichen im FHD von M3 von ROBERTS und SANDAGE (1955) bestätigt. Man kann dieses Resultat so deuten, daß es für einen Stern, der unstabil werden und pulsieren soll, notwendig ist, daß Radius, Leuchtkraft und vermutlich auch die chemische Zusammensetzung innerhalb bestimmter Grenzen liegen. Auch an anderen

Kugelsternhaufen, die bis jetzt mit hoher photometrischer Genauigkeit untersucht worden sind, ist die Instabilitätszone von ARP (1953, 1955), SANDAGE (1953) u.a. dadurch aufgedeckt worden, daß n i c h t-veränderliche Sterne dieses Gebiet im FHD vermeiden. Die Schärfe der Grenzen der Instabilitätszone im FHD wurde durch lichtelektrische Helligkeitemessungen an unmittelbar daran angrenzenden Sternen der Kugelhaufen M3 und M92 durch WALKER (1955) geprüft; die Objekte erwiesen sich innerhalb 0,02 Größenklassen als konstant.

Durch SCHWARZSCHILD und später dann durch ROBERTS und SANDAGE wurde gezeigt, daß die Haufenveränderlichen des Kugelsternhaufens M3 hinsichtlich ihrer Farbe, den Helligkeits- und Farbamplituden ihres Lichtwechsels und der Asymmetrie der Lichtkurven in zwei physikalische Gruppen, die RR_{a+b} - und die RR_c -Sterne zerfallen, die beide die Perioden-Dichtebeziehung der Pulsationstheorie befolgen.

OOSTERHOFF (1939, 1944) wies darauf hin, daß die Kugelsternhaufen hinsichtlich der Periodenverteilung ihrer Haufenveränderlichen in zwei Gruppen zerfallen: in eine "long-period group" mit mittleren Perioden der RR_{a+b} -Sterne um 0,65 bzw. 0,37 für die RR_c -Sterne und eine "short-period group" bei der $\bar{P}_{a+b} = 0,55$ und $\bar{P}_c = 0,32$, wobei $\bar{P}_{a+b}/\bar{P}_c \sim 1,73$ (VAN AGT und OOSTERHOFF (1959)). Dies wurde von SAWYER-HOGG (1944) und VAN DEN BERGH (1957) bestätigt. Eine mögliche Erklärung für dieses Phänomen gab SANDAGE (1958) mit Hilfe der Perioden-Dichtebeziehung und der Annahme, daß ein Unterschied in den absoluten Helligkeiten der horizontalen Äste der FHD zwischen der "long-period group" und der "short period group" der Kugelsternhaufen existiert, und zwar dürfte $\Delta M_V \sim 0,2$ betragen. Hinsichtlich des kinematischen Verhaltens der galaktischen RR Lyrae-Sterne im Milchstraßensystem waren durch die Untersuchungen von STRUYE (1950), LUBIENSKA-IWANISZEWSKA (1953), PAWLOWSKAJA (1953), NOTNI (1957) und KUROCHKIN (1958) zwei kinematische Gruppen unter diesen Feldsternen aufgedeckt worden. Die eine Gruppe ist wahrscheinlich nach BAADE (1958) der alten Sternpopulation zuzurechnen, die die Milchstraßenscheibe durchdringt, wogegen die andere zur Halopopulation gehört. An Hand statistischer Parallaxen (Eigenbewegungen und Radialgeschwindigkeiten) fand NOTNI für die eine kinematische Gruppe, daß sie einem intermediären Untersystem mit ruhiger Kinematik im Milchstraßensystem angehört und ihre Mitglieder eine mittlere

absolute photographische Helligkeit von $\bar{M}_{pg} = -0,3 - A_{pg, b=90^\circ}$ besitzen; für die andere dagegen ergab sich die Zugehörigkeit zu einem sphärischen Untersystem mit $\bar{M}_{pg} = +0,8 - A_{pg, b=90^\circ}$ ($A_{pg, b=90^\circ}$ ist die interstellare photographische Absorption am galaktischen Pol). Jedoch blieb es unentschieden, welcher Gruppe die sog. Zwergcepheiden mit Perioden $< 0,1^d$ und absoluten Helligkeiten um 4^m angehören. Diese in den letzten Jahren aufgefundenen RR Lyrae-Sterne mit extrem kurzen Lichtwechselperioden wie etwa SX Phe, von denen zum Teil trigonometrische Parallaxen vorliegen, beweist die Existenz solch absolut schwacher Objekte, die unter Umständen eine Perioden-Leuchtkraftbeziehung (PLB) befolgen (SMITH (1955), WOLTJER (1956)).

Es erwies sich daher in den letzten Jahren immer dringender von galaktischen RR Lyrae-Sternen genaue Farben (od. Spektralklassifikationen) in einem einheitlichen System zu gewinnen, um physikalische Merkmale und Kriterien zu erhalten, in wie weit sich die kinematischen Gruppen auch hierdurch unterscheiden. Weiterhin sind Hinweise für ihre absoluten Helligkeiten und ihre Lage im FHD notwendig, um Zusammenhänge mit den RR Lyrae-Gruppen der Kugelsternhaufen aufzuzeigen. Die Frage nach den absoluten Helligkeiten der Haufenveränderlichen ist deshalb von fundamentaler Bedeutung, weil einerseits darauf die Korrektur der kosmischen Entfernungsskala durch BAADE (1952) beruht, zum andern die RR Lyrae-Sterne zur absoluten Dimensionierung der FHD der Kugelsternhaufen dienen, die die Grundlage für die Altersbestimmung und Entwicklung der Population II Sterne bilden.

Erste Anzeichen für die Existenz physikalischer Gruppen unter den galaktischen RR Lyrae-Sternen ergab die spektralphotometrische Untersuchung von IWANOWSKA (1952, 1953). Unter 19 von ihr beobachteten Haufenveränderlichen befinden sich 6 mit Perioden $< 0,5^d$, deren mittlere Spektraltypen um etwa 0,5 Spektralklassen später zu sein scheinen, als entsprechende mit gleichen Perioden. Leider zeigte sich später, daß unter diesen 6 Sternen einer als Bedeckungsveränderlicher vom Typ W UMa zu klassifizieren ist.

II. Die Beobachtungen

§ 1. Beobachtungsprogramm und Meßmethode

In den Jahren 1956 - 1959 wurden mit dem Cassegrain-Spiegel der Reineis-Sternwarte von 60 cm freier Öffnung und 10,8m effektiver Brennweite lichtelektrische Helligkeits- und Farbmessungen an 20 galaktischen RR Lyrae-Sternen durchgeführt. Die Beobachtungen überdecken Teile des Helligkeitsanstieges und die Maxima der Lichtkurven, liegen also zumeist in dem Phasenintervall von $0,9^P$ bis $0,1^P$ (Phase des Maximums = $0,0^P$). Die Beschränkung auf nur 2/10 der Lichtkurve wurde aus folgenden Gründen gewählt:

- a.) Wegen der geringen Anzahl der in unserm mitteleuropäischen Klima für lichtelektrische Beobachtungen brauchbaren Nächte. Im Durchschnitt kann man mit 20 pro Jahr rechnen.
- b.) Wegen der Kommensurabilität der Lichtwechselperioden mit der Tageslänge, vor allem bei Sternen mit Perioden um $0,5^d$. Dies bewirkt, daß man den Helligkeitsverlauf solcher Objekte von einem Beobachtungsort aus nur immer innerhalb eines begrenzten Phasenintervalls während eines beschränkten Zeitabschnittes verfolgen kann.
- c.) Mit Ausnahme weniger, sind die galaktischen RR Lyrae-Sterne im Maximum ihres Lichtwechsels visuell schwächer als die 10. Größenklasse. Da die Reichweite des 60 cm Spiegel bei neuverspiegelter Optik in Verbindung mit photoelektrischen Photometern im visuellen und blauen Spektralbereich bei der 14,5 bis 15,0. Größenklasse, im Ultraviolettem jedoch infolge der geringen Durchlässigkeit der Atmosphäre, der Farbfilter und Glasoptik bei der 12^m liegt, ergab sich auch hierdurch die Beschränkung auf die Phasen maximaler Helligkeit.

Die Perioden der beobachteten Sterne liegen in dem Intervall $0,055^d < P < 0,75^d$. Die Beobachtungen in den einzelnen Spektralbereichen wurden so angestellt, daß der jeweilige Veränderliche v relativ zu einem nahe benachbarten Vergleichstern a nach dem Schema H-a-v-v-a-H (H=Himmelshintergrund) gemessen wurde. Die Helligkeitskonstanz der Vergleichsterne wurde nur insoweit geprüft, als zu Beginn und am Ende der Meßreihen der betreffenden Beobachtungsnacht diese an sekundäre benachbarte Vergleichsterne angeschlossen wurden. In keinem Fall ergaben sich Veränderungen in der Helligkeit der Vergleichsterne, die

die Messgenauigkeit überschritten. An die Vergleichsterne wurde nur die Forderung gestellt, daß ihre Farbindices nicht wesentlich von denen der Veränderlichen abwichen ($FI(v) - FI(a) \leq 0,5$), um Schwierigkeiten bei der Berücksichtigung der atmosphärischen Extinktion zu vermeiden. Außerdem wurden bei der Aufstellung des Beobachtungsprogramms solche RR Lyrae-Sterne bevorzugt, deren Deklinationen $> 20^\circ$ sind - nur 5 Sterne haben Deklinationen zwischen 0° und 20° - um die Zenitdistanzen während der Messungen unter 60° zu halten. Die Beobachtungen wurden nur in photometrisch einwandfreien Nächten, also bei völlig wolkenlosem Himmel, angestellt; selbst bei schwachen Cirren oder vereinzelt durchziehenden Wolken wurde mit der Photometrie abgebrochen, da sich, wie die Erfahrung zeigte, die Durchsicht und Extinktion der Atmosphäre rasch und unkontrollierbar verändern.

Die Güte einer Beobachtungsnacht für lichtelektrische Sternphotometrie wird bestimmt durch Luftunruhe (seeing), Durchsicht und dem nächtlichen Temperaturgang. Diese Größen sind mehr oder minder miteinander korreliert und hängen von der Großwetterlage ab (siehe z.B. SANDIG (1950)). Die Durchsicht bestimmt im wesentlichen die photometrische Grenzgröße, die Luftunruhe, die sich zusammensetzt aus Intensitätsszintillation und Richtungsszintillation (unabhängig vom Durchmesser der Eintrittspupille des Fernrohrs), die Genauigkeit der Photometrie. Infolge der Richtungsszintillation wird das theoretische Beugungsscheibchen eines Sternes im Brennpunkt des Objektivs auf eine mehr oder minder große Fläche "verschmiert", deren Durchmesser etwa um eine Größenordnung über dem des theoretischen Beugungsscheibchens liegt. Selbst an den günstigsten klimatischen Beobachtungsstationen beträgt der Durchmesser des "Szintillationsscheibchens" im Durchschnitt $1''$ bis $4''$. Die Erfahrungen in Bamberg zeigten, daß im Durchschnitt mit $5''$ Szintillationsscheibchen zu rechnen ist. Diese Größe bestimmt aber wiederum den Durchmesser der vor der Photozelle angebrachten Meßblende - vorausgesetzt die Fernrohroptik und -Nachführung sind fehlerfrei - und als Daumenregel soll man die Meßblende so wählen, daß ihr Durchmesser dem 4-fachen des Szintillationsscheibchens entspricht; für Bamberger Verhältnisse also $20''$. Für den 60 cm-Spiegel bedeutet dies eine Meßblende von 1mm ($=19''$) Durchmesser. Es mußte jedoch fast stets mit einer 2mm Blende wegen nicht einwandfreier Uhrwerknachführung und ze-

mitabhängigem Astigmatismus der Spiegeloptik gearbeitet werden. Der Durchmesser der Meßblende ist aber ebenfalls mitbestimmend für die photometrische Grenzgröße, da die statistischen Schwankungen der Helligkeit des Nachthimmelshintergrundes durch die Meßblende mitregistriert werden.

Der Lichtstrom $\phi_H(d)$, der durch eine kreisrunde Meßblende vom Durchmesser d [cm] auf die Photozelle von Seiten des Himmelshintergrundes gelangt, ist gegeben durch

$$\phi_H(d) = \pi S^H \left(\frac{\pi d^2}{4} \right) \sin^2 \psi ,$$

S^H ist die Leuchtdichte des Himmelshintergrundes in Stilb ($1 \text{ sb} = \pi 10^4 \text{ Apostilb}$), ψ der halbe Öffnungswinkel des Strahlungskegels, der der Meßblende Strahlung zukommen läßt.

Da es sich um sehr kleine Winkel ψ handelt, so berechnen sich diese aus der Brennweite F des Fernrohres zu

$$\text{tg } \psi = \sin \psi = \frac{d}{2 F} , \text{ sodaß sich ergibt:}$$

$$\log \phi_H(d) = 2 \cdot \log d + 2 \cdot \log d/F + 1,065 ,$$

($\phi_H(d)$ in Lumen; d und F in [cm]), für die Leuchtdichte des Nachthimmels im Zenit wurde $S^H = 0,6 \cdot 10^{-3} [\text{asb}] = 1,88 \cdot 10^1 [\text{sb}]$ angenommen, was der Größenklasse $21,5^m$ pro Quadratbogensekunde oder $+3,7^m$ pro Quadratgrad entspricht.

Andererseits beträgt der Lichtstrom $\phi_*(m)$ von einem Stern der Größenklasse m

$$\log \phi_*(m) = \log \phi_*(0) - 0,4 \cdot m ,$$

wobei $\phi_*(0)$ dem Strahlungsstrom von einem Stern der Größenklasse 0,0 entspricht und der eine Beleuchtungsstärke an der Erdoberfläche von $B_0 = 2,1 \cdot 10^{-6} [\text{lx}]$ hervorruft. Damit ist:

$$\phi_*(0) = \frac{\pi}{4} D^2 \cdot B_0 , \text{ (} D = \text{ Fernrohrapertur in [m]) und}$$

$$\log \phi_*(m) = 2 \cdot \log D - 0,4 \cdot m - 5,78 .$$

Liegt daher für die 10,8 m Brennweite und 0,6 m Öffnung des Bamberger Cassgrain-Spiegels bei einer 1mm Meßblende die durch ~~W~~ den Himmelshintergrund erzwungene Grenzgröße ($\phi_*(m) = \phi_H(d)$) bei $16,5^m$, so nimmt sie bei einer 2 mm Blende bereits auf 14^m ab.

§ 2. Beschreibung der Meßapparatur

Zur Gewinnung der Farb- und Helligkeitsmessungen an galaktischen RR Lyrae-Sternen wurden zwei Typen von lichtelektrischen Photometern verwendet.

Photometer I, das ausschließlich für die Beobachtungen vom Sommer 1956 bis Herbst 1957 zur Verfügung stand, wurde von SAUER (1953) entworfen und ist von diesem, wie auch von STROHMEIER und GEYER (1955) eingehend bereits beschrieben worden. Das Photometer arbeitet mit einem RCA 1 P 21 Elektronenvervielfacher im Prinzip wie ein impulszählendes, wobei die in der vorgegebenen Integrationszeit auftretende Ladung mit einem Galvanometer gemessen wird. Da bei den impulszählenden Photometern wegen der e n d l i c h e n Auflöszeit der gesamten Anlage Zählverluste auftreten, arbeitet ein solches infolge der statistischen Verteilung der ankommenden Lichtquanten prinzipiell nichtlinear. Die Reduktionskurve zur Linearisierung wurde mehrmals im Labor aufgenommen. Dabei zeigte sich, daß bei den Messungen an den RR Lyrae-Sternen Abweichungen von der Linearität maximal nur einige Prozent ausmachten. Die notwendigen Korrekturen wurden unmittelbar an die gemessenen Werte angebracht.

Photometer II wurde ab Herbst 1957 zu den Beobachtungen herangezogen. Es ist ebenfalls mit einem RCA 1P21 Photomultiplier ausgerüstet und wird nach dem Gleichstromverfahren in Verbindung mit einem KRON'schen Brückenverstärker und einem elektronischen Kompensographen der Type PR 2200 A/21 der Firma E l e k t r o - S p e z i a l als Registriergerät betrieben. Der Verstärker wurde insoweit abgeändert, als ausschließlich europäische Röhren Verwendung fanden. Ersatzweise kann statt des Tintenschreibers auch ein hochempfindliches Drehspulengalvanometer eingeschaltet werden. In den Eingang des Verstärkers können 4 Arbeitswiderstände von 10^6 bis 10^9 Ohm gelegt werden, parallel zu denen entsprechende Kapazitäten liegen, die die Zeitkonstante auf 1 sec festlegen. Am Ausgang befinden sich 10 Gegenkopplungswiderstände, welche die Empfindlichkeit in Schritten von 1:2 zu ändern gestatten. Die gesamte Anlage wurde von der D e u t s c h e n F o r s c h u n g s - g e m e i n s c h a f t finanziert und nach den Angaben des Verfassers vom P h y s i k a l i s c h - T e c h n i s c h e n L a b o r / Obering. G. M ü l l e r, Bamberg, gebaut.

Beide Photometer befinden sich mit den Registriereinrichtungen und den notwendigen Stromversorgungen auf fahrbaren Gestellen in der Beobachtungskuppel und können zu jeder Fernrohrlage in bequeme Abstände vom Beobachter geschoben werden.

Zur Abgrenzung der ultravioletten (u), blauen (b) und visuellen (v) Wellenlängenbereiche wurden nach den Empfehlungen von JOHNSON (1955), um dem UBV-Farbsystem möglichst nahe zu kommen und die Transformationsgleichungen des Bamberger Farbsystems in dieses linear zu gestalten, folgende SCHOTT-FarbfILTERkombinationen gewählt: UG2/1mm für u; BG12/1mm+GG13/2mm für b und GG11/2mm für v.

§ 3. Die Farbsysteme der Bamberger Photometer

Jede astronomisch-photometrische Meßapparatur (Fernrohr+ Strahlungsempfänger + Farbfilter) definiert ein eigenes Helligkeits- und Farbsystem. Da die verwendeten Farbfilter in ihren Durchlaßbereichen mehrere Hundert Angström Halbwertsbreiten aufweisen, handelt es sich bei dieser Mehrfarbphotometrie eigentlich um Integralphotometrie in mehr oder minder großen Spektralbereichen. Diese charakterisiert man durch die *i s o - p h o t e n* Wellenlängen (λ_i), welche den Energieschwerpunkt der wirksamen Strahlung definieren.

Beschränkt man sich auf extraterrestische Helligkeiten und Farben, indem man die Durchlässigkeitsfunktion $a(\lambda)$ der Erdatmosphäre durch Extinktionsmessungen (siehe unten) bereits berücksichtigt hat, bezeichnet mit $E(\lambda, T)$ die Energieverteilung der Sternstrahlung, $o(\lambda)$ die Durchlässigkeitsfunktion der Fernrohroptik, $f(\lambda)$ diejenige des Farbfilters und mit $e(\lambda)$ die Empfindlichkeitsfunktion des Strahlungsempfängers, so sind in den drei Farbbereichen u, b, v die Intensitäten gegeben durch:

$$I(\lambda_{i,u}) = \frac{\int_0^{\infty} E(\lambda, T) \cdot o(\lambda) \cdot e(\lambda) \cdot f(\lambda, u) \cdot d\lambda}{\int_0^{\infty} o(\lambda) \cdot e(\lambda) \cdot f(\lambda, u) \cdot d\lambda}$$

und entsprechende Gleichungen für die $I(\lambda_{i,b})$ und $I(\lambda_{i,v})$ mit den Funktionen $f(\lambda, b)$ und $f(\lambda, v)$.

Damit erhält man für die Farbindizes:

$$FI(u - b) = -2,5 \log I(\lambda_{i,u}) / I(\lambda_{i,b})$$

$$FI(b - v) = -2,5 \log I(\lambda_{i,b}) / I(\lambda_{i,v}) .$$

Dieses instrumentell festgelegte Farb- und Helligkeitssystem gilt es nun in ein international einheitliches, z.B. das JOHNSON'sche UBV-System, zu transformieren. Nach den Erfahrungen von JOHNSON (1952) sind die Transformationsgleichungen einfach, jedoch im allgemeinen nichtlinear, wenn man nur Strahlung mit $\lambda > 3800 \text{ \AA}$ für die Blauhelligkeiten einbezieht; unter Verwendung aluminisierter Spiegeloptik, den bereits oben erwähnten SCHOTT-Farbfiltren und RCA 1P21 Elektronenvervielfacher werden diese sogar nahezu linear.

Nach SCHMIDT (1956) liegen die isophoten Wellenlängen des UBV-Systems bei $366 \text{ m}\mu$ für U, $440 \text{ m}\mu$ für B und $553 \text{ m}\mu$ für V. Neuerdings gaben BECKER und STOCK (1958) nach Rechnungen von KRUSPAN dafür folgende Werte an: $368 \text{ m}\mu$ für U, $445 \text{ m}\mu$ für B und $546 \text{ m}\mu$ für V.

Zur Bestimmung des instrumentellen Bamberger Helligkeits- und Farbsystems wurden in photometrisch einwandfreien Nächten eine Reihe von Sternen der Plejaden, Präsepe und der Nordpolsequenz, von denen Helligkeiten und Farben im UBV-System vorliegen, gemessen. Da damit gleichzeitig die atmosphärische Extinktion bestimmt werden muß, wurden bei den Sternhaufenbeobachtungen zwei Sterne mit extremen Farbindices (blauer und roter Stern) im Haufen als Extinktions- und Standardsterne gewählt und diese während der betreffenden Nacht über große Zenitdistanzen immer wieder angeschlossen. Die Ermittlung der Extinktionskoeffizienten ging dann so vor sich: Bezeichnet man mit A_u^E , A_b^E , A_v^E die unmittelbar gemessenen Photometeraus schläge für einen Stern im u, b, v-Spektralbereich, so sind die gemessenen Helligkeiten in Größenklassen in Bezug auf einen beliebigen Nullpunkt, z.B. auf einen Standardstern, und die Farbindices gegeben durch

$$m_u^E = -2,5 \log A_u^E ; m_b^E = -2,5 \log A_b^E ; m_v^E = -2,5 \log A_v^E ;$$

$$FI^E(u - b) = m_u^E - m_b^E = -2,5 \log A_u^E / A_b^E ; FI^E(b - v) = -2,5 \log A_b^E / A_v^E .$$

Nach der Theorie der atmosphärischen Extinktion sind dann die extraterrestrischen Helligkeiten und Farben gegeben durch

$$(1) \quad m_v^0 = m_v^E - \mu \sec z ; FI_e^0 = FI^E - k \sec z ,$$

μ = visueller Extinktionskoeffizient, k = Farbextinktionskoeffizient, z = Zenitdistanz des beobachteten Sternes.

Die Extinktionskoeffizienten sind aber selbst wieder Funktionen

der extraterrestischen Farbindices und können durch einen linearen Ansatz der Form

$$(2) \quad \mu = \mu(FI_e^0) = \mu_0 + \mu_1 \cdot FI_e^0 ; \quad k = k(FI_e^0) = k_0 + k_1 \cdot FI_e^0$$

gut approximiert werden (siehe z.B. WEMPE (1947)).

Setzt man (2) in (1) ein, so ergibt sich, da nun $\mu_0, \mu_1; k_0, k_1$ als Konstante der Beobachtungsnacht zu betrachten sind:

$$(3) \quad m_V^0 = \frac{m_V^G - \mu_0 \sec z}{1 + \mu_1 \sec z} ; \quad FI_e^0 = \frac{FI_e^G - k_0 \sec z}{1 + k_1 \sec z}$$

Da nun der rote und blaue Extinktionsstern über größere Zenitdistanzänderungen verfolgt wurden, ergibt sich aus (1)

$\mu_{rot}, k_{rot}; \mu_{blau}$ und k_{blau} und damit auch $m_{V,rot}^0, FI_{e,rot}^0; m_{V,blau}^0, FI_{e,blau}^0$, womit weiterhin nach (3) die μ_0, μ_1, k_0, k_1 bestimmt sein würden.

Dabei ist jedoch zu beachten, daß der Informationsgehalt sämtlicher Beobachtungen hinsichtlich der atmosphärischen Extinktion noch nicht voll ausgeschöpft ist, weil ja noch die Messungen an den restlichen Haufensternen (meist 10 bis 15) unberücksichtigt blieben. Man geht deshalb so vor, daß man mit den roten und blauen Standardsternen, deren extraterrestische Helligkeiten und Farben nun im instrumentellen System vorliegen, eine genäherte lineare Transformation in das UBV-System aufstellt und dann damit umgekehrt sich Näherungswerte $m_{V,y}^0, FI_{e,y}^0$ für die y restlichen gemessenen Haufensterne verschafft. Mit diesen erhält man nach (1) die μ_y, k_y und durch Ausgleichung mittlere $\bar{\mu}_0, \bar{\mu}_1; \bar{k}_0, \bar{k}_1$. Durch ein einfaches Iterationsverfahren ergeben sich sodann verbesserte m_V^0, FI_e^0 aller beobachteter Haufensterne. Diese schrittweisen Verbesserungen wird man so lange durchführen, bis das Verfahren steht. Die hier angegebene Methode ist im wesentlichen jene von BAHNER und MICZAIKA (1952) verwendete.

Für die Bamberger Farbsysteme ergaben sich folgende Transformationsgleichungen in das UBV-System:

Photometer I

$$\text{Jan. 1956 - Dez. 1957: } FI(b - v) = \underset{\pm,01}{-0,07} + \underset{\pm,01}{0,704} \cdot (B - V) .$$

Photometer II

$$\text{Aug. 1957 - Dez. 1958: } FI(b - v) = \underset{\pm,006}{-0,085} + \underset{\pm,004}{0,81} \cdot (B - V),$$

Aug. 1957 - Dez. 1958: $FI(u - b) = +1,32 + 1,66 \cdot (U - B)$.

Nach Ersetzung der aus gewöhnlichem optischen Glas bestehenden Fabry-Linse durch eine UV-durchlässige:

Jan. 1959 - Juli 1959: $FI(b - v) = -0,080 + 0,960 \cdot (B - V)$,
 $FI(u - b) = +0,82 + 1,30 \cdot (U - B)$.

Im Juli 1959 wurde die Optik des 60 cm-Spiegels neu aluminisiert, sodaß ab August 1959 gilt:

Aug. 1959 - $FI(b - v) = -0,41 + 0,950 \cdot (B - V)$,
 $FI(u - b) = +0,81 + 1,01 \cdot (U - B)$.

In allen Fällen ergab sich innerhalb der Beobachtungsfehler für die Transformationsgleichung der visuellen Helligkeiten:

$$v = V + 0,00 (B - V) + \text{Konst.} ,$$

d.h., die isophoten Wellenlängen von v stimmen mit jener von V überein. Die angegebenen Fehler in den Faktoren der Gleichungen ergaben sich durch quadratische Ausgleichung unter der Annahme, daß die $(B - V)$ - und $(U - B)$ -Werte der gemessenen Sterne genau sind.

§ 4. Die Berücksichtigung der Extinktion bei den Messungen der Veränderlichen

Die Beobachtungen an den Veränderlichen wurden durch relative Anschlüsse an nahe benachbarte Vergleichssterne (Abstand $< 1^\circ$) durchgeführt. Unmittelbar vor oder nach einer solchen Meßreihe sind ein roter und blauer Standardstern, zumeist der Polsequenz, deren Farben und Helligkeiten im UBV-System genau bekannt sind und nach II § 3 in das instrumentelle Farbsystem umgerechnet werden können, gemessen worden.

Zunächst ist für zwei Sterne I und II, die in den Zenitdistanzen z^I und z^{II} und den Spektralbereichen u, b, v beobachtet werden nach Gleichung (1) und (2):

$$FI_e^I(b-v) = FI_{e^I}^I(b-v) - (k_0 + k_1 FI_e^I) \sec z^I ;$$

$$FI_e^{II}(b-v) = FI_{e^{II}}^{II}(b-v) - (k_0 + k_1 FI_e^{II}) \sec z^{II} ;$$

und weiterhin:

$$m_e^{OI}(v) = m_g^I(v) - (\mu_0(v) + \mu_1(v) \cdot FI_e^I) \sec z^I ;$$

$$m_e^{OII}(v) = m_g^{II}(v) - (\mu_0(v) + \mu_1(v) \cdot FI_e^{II}) \sec z^{II} ;$$

$$m_e^{OI}(b) = m_g^I(b) - (\mu_0(b) + \mu_1(b) \cdot FI_e^I) \sec z^I ;$$

$$m_e^{OII}(b) = m_g^{II}(b) - (\mu_0(b) + \mu_1(b) \cdot FI_e^{II}) \sec z^{II} ;$$

und entsprechende Gleichungen für $FI(u-b)$ und $m(u)$.

Für die Differenz der extraterrestischen Helligkeitsunterschiede $\Delta m_e(b) - \Delta m_e(v) = (m_g^I(b) - m_g^{II}(b)) - (m_g^I(v) - m_g^{II}(v))$ zwischen den beiden betrachteten Sterne ergibt sich dann die triviale Beziehung:

$$(4) \quad \Delta m_e(b) - \Delta m_e(v) = FI_e^I - FI_e^{II} .$$

Da nach (2) ganz allgemein für einen beliebigen Farbbereich gilt:

$$(5) \quad \Delta m_e = \Delta m_g - (\mu_0(\sec z^I - \sec z^{II}) + \mu_1(FI_e^I \sec z^I - FI_e^{II} \sec z^{II}))$$

wobei Δm_g der gemessene Helligkeitsunterschied der beiden Sterne ist, so folgt unter der Annahme, daß die Sterne in der gleichen Zenitdistanz beobachtet wurden: $z^I = z^{II} = z$

$$(6) \quad FI_e^I - FI_e^{II} = \Delta m_g(b) - \Delta m_g(v) - (\mu_1(b) - \mu_1(v))(FI_e^I - FI_e^{II}) \sec z .$$

Aus (2) ergibt sich auch unmittelbar:

$$(7) \quad k_0 = \mu_0(b) - \mu_0(v) , \quad k_1 = \mu_1(b) - \mu_1(v) ,$$

sodaß sich (6) auch schreiben läßt, wenn die extraterrestische Farbe von Stern II bekannt ist:

$$(8) \quad FI_e^I = \Delta m_g(b) - \Delta m_g(v) + FI_e^{II} - k_1(FI_e^I - FI_e^{II}) \sec z .$$

Das Korrektionsglied $k_1(FI_e^I - FI_e^{II}) \sec z$ bleibt sehr klein, wenn $FI_e^I - FI_e^{II} < 0,5$ und die Beobachtungen nur bis zu Zenitdistanzen $z < 50^\circ$ ($\sec z < 1,5$) angestellt werden, da in Nächten, an denen lichtelektrische Photometrie durchgeführt werden kann, für Bamberg $|k_1| \leq 0,1$. Nach den Beobachtungsreihen von WEMPE oder BANNER und MICZAIKA besteht eine Korrelation zwischen k_0 und k_1 , die nach den Bamberger und Heidelberger Verhältnissen dargestellt werden kann durch:

$$(9) \quad k_1(b-v) = -0,01 - 0,5 \cdot k_0(b-v) .$$

Damit läßt sich mit hinreichender Genauigkeit das Korrektionsglied bei Kenntnis von k_0 ermitteln. Weiterhin ergab sich für die Bamberger atmosphärischen Verhältnisse, daß

$$\mu_0(b)/\mu_0(v) = \text{Konst.} = c \sim 1,6 \quad \text{und somit nach (7)}$$

$$(10) \quad \mu_0(\nu) = k_0(b-\nu)/c-1 \sim k_0/0,6 \quad \text{ist.}$$

Die Farbabhängigkeit des visuellen Extinktionskoeffizienten selbst ist sehr gering und wurde für vorliegende Messungen vernachlässigt.

Die Bestimmung von Farbindex und Helligkeit des Veränderlichen aus den relativen Helligkeitsanschlüssen zum Vergleichstern, welche die Δm_g liefern, geht dann in folgenden Schritten vor sich:

- a.) Aus den gemessenen Farbindexen der roten und blauen Standardsterne folgt unmittelbar k_0 , k_1 und nach (10) $\mu_0(\nu)$.
- b.) Wurden die relativen Helligkeitsanschlüsse Vergleichstern - Veränderlicher über größere Zenitdistanzänderungen ausgeführt und hat sich der atmosphärische Zustand über diesen Zeitraum nicht wesentlich verändert, so läßt sich nach (1) k, μ des Vergleichsterns bestimmen und dessen extraterrestrischer Farbindex unabhängig von den nach a.) ermittelten Größen k_0 , k_1 kontrollieren. Nach (5) ergeben sich noch die extraterrestrischen Helligkeitsdifferenzen im visuellen Bereich zwischen Vergleichstern und Standardstern und somit dessen Helligkeit in Größenklassen.
- c.) Nach (5) und (8) folgen dann Helligkeit und Farbe des Veränderlichen für jede Phase aus den Lichtkurven in den Farbbereichen.
- d.) War es nur möglich einen Standardstern zu messen, oder die Extinktionskoeffizienten k, μ für den Vergleichstern zu erhalten, so gewinnt man nach (2), (9) und (10) ausreichend genaue Werte für k_0 , k_1 , $\mu_0(\nu)$.

Die Genauigkeit der Photometrie:

Für den mittleren Fehler e i n e r relativen Helligkeitsdifferenz ergibt sich aus den Lichtkurven $\leq \pm 0,01$ für den b,v - Farbbereich und $\leq \pm 0,02$ für den u-Bereich. Als obere Grenze für den mittleren Fehler e i n e s extraterrestrischen Farbindex folgt nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz, angewendet auf (8) unter der Annahme, daß k_0 , k_1 mit Fehlern von $\pm 0,0\%$ behaftet sind, $\sec z = 1,5$ und $PI_0^I - PI_0^{II} = 0,5$ ist:

$$\Delta PI_0 = \pm 0,025$$

und analog für die Helligkeit $\pm 0,02$.

§ 5. Die photometrischen Daten der beobachteten galaktischen RR Lyrae-Sterne

In den Abbildungen 1 und 1a sind die gemessenen Teile der Lichtkurven der beobachteten RR Lyrae-Sterne in den jeweiligen Farbbereichen dargestellt. Die eingetragenen Punkte stellen Einzelmessungen dar.

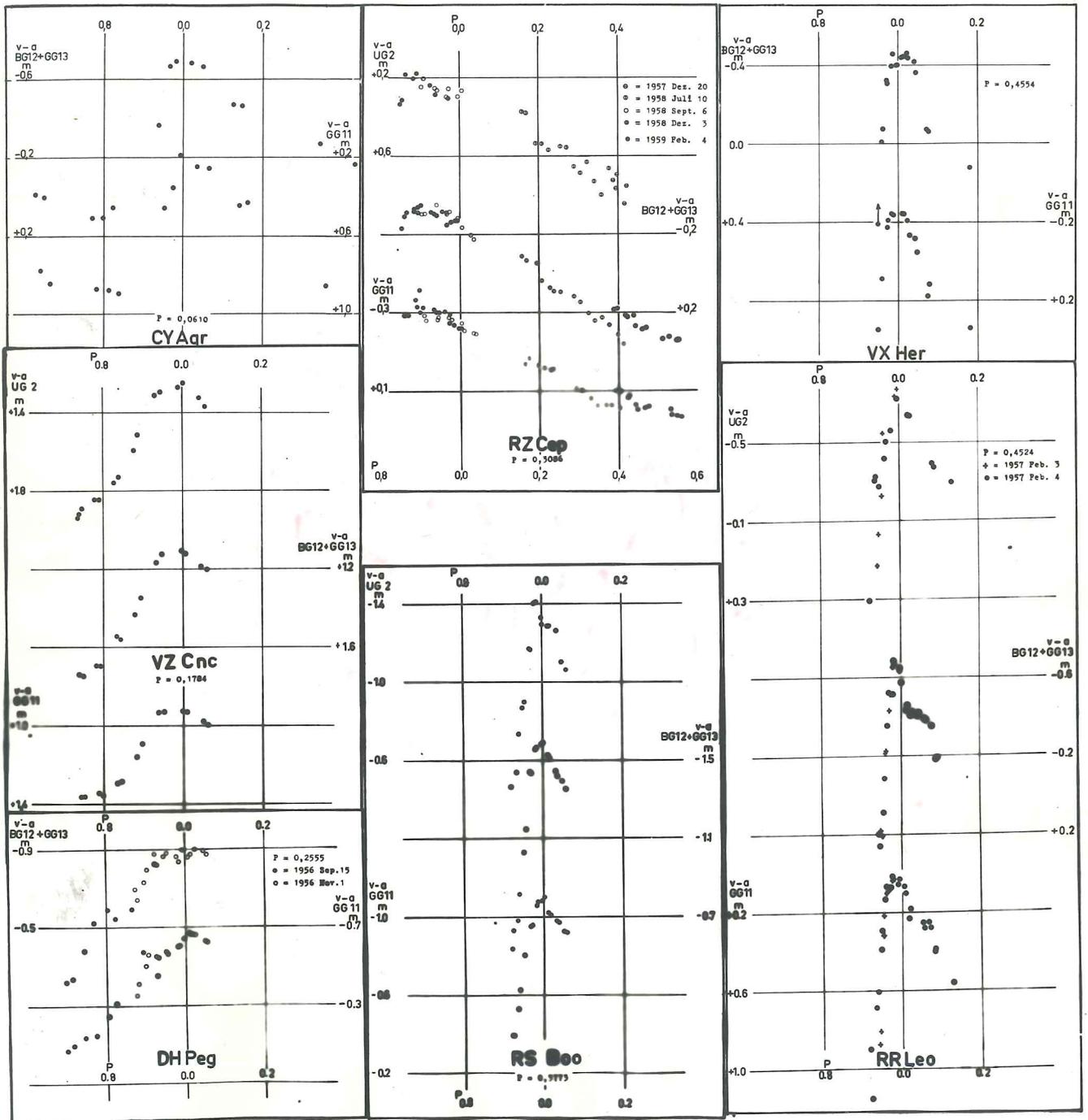


Abb. 1. Die beobachteten Teile der Lichtkurven galaktischer RR Lyrae-Sterne.

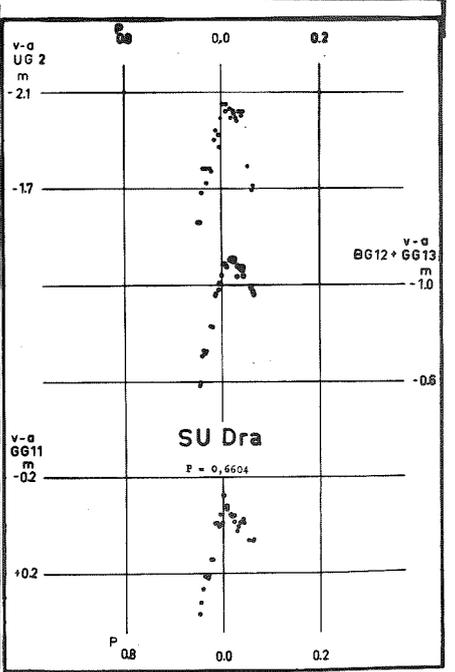
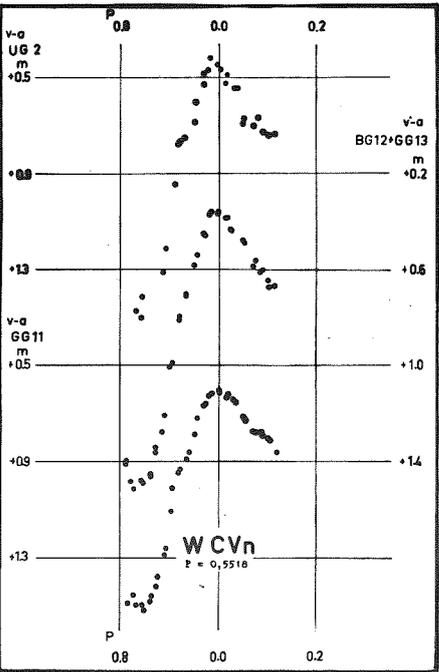
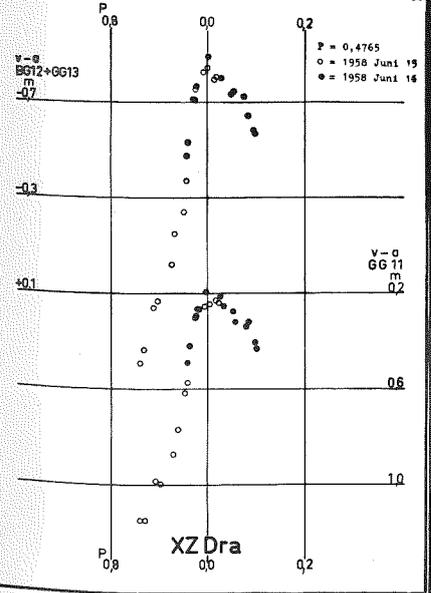
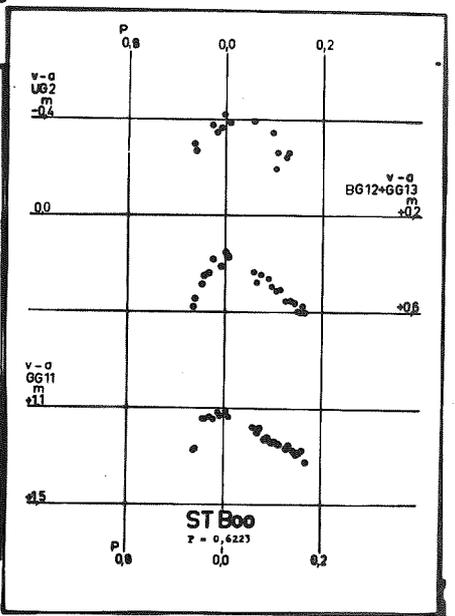
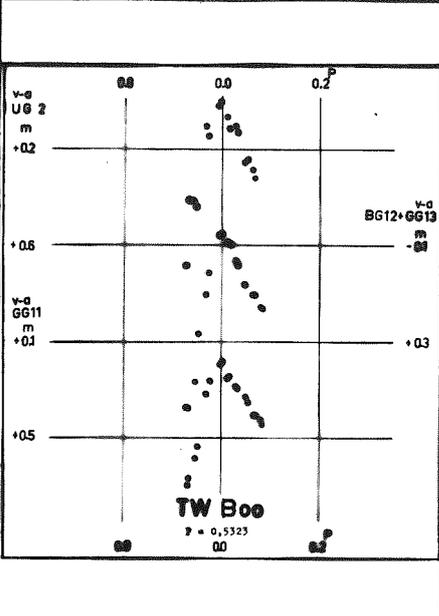
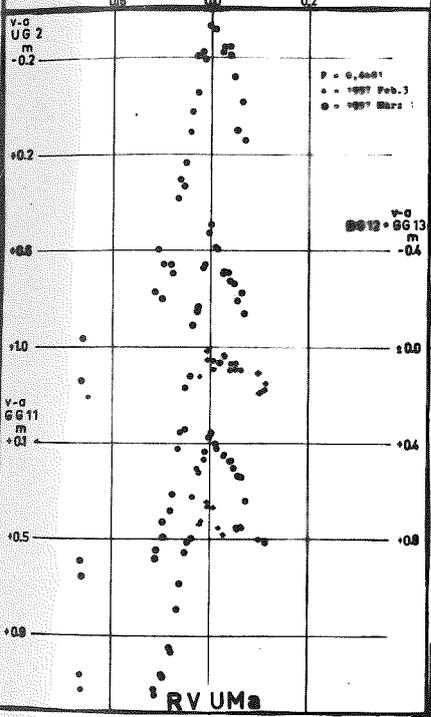
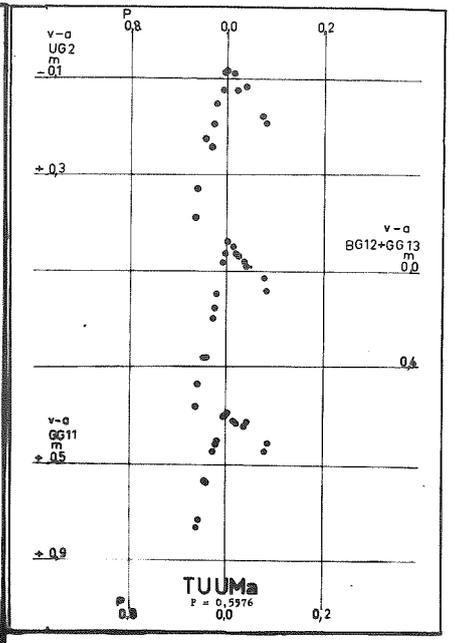
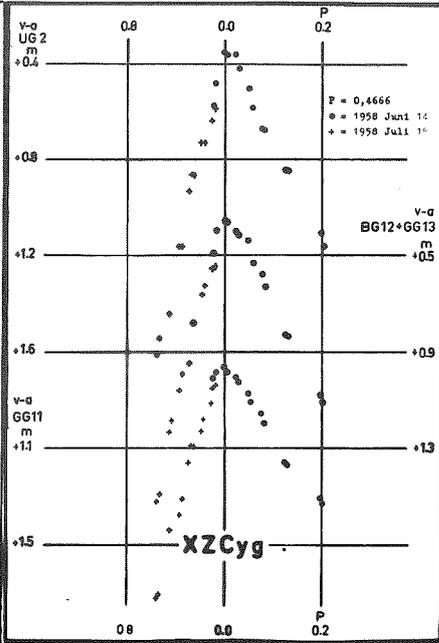
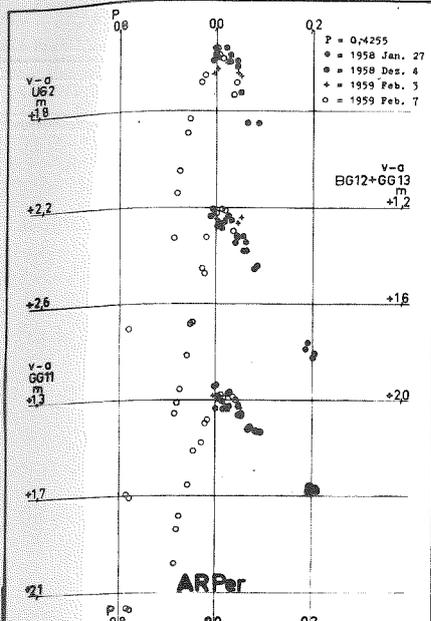


Tabelle 1

Verzeichnis der photometrischen Daten von
25 RR Lyrae-Sternen

Lfd. Nr.	Stern	Gal. Koor. l b	Periode log P ^d	m-M/P Σ B	m _v	Ampl. ΔB	Δ(B-V)	(U-B) g		(B-V) g		E _{B-V}	(U-B) o Max.	(B-V) o Max.	Spekt.
								Max.	Max.	Max.	Max.				
1.	SX Phe	306°	-1,2599	0,30	6,6	0,67	0,18	m	+0,12	0,03	0,03	m	+0,09	sdA2	
2.	CY Aqr	038	-1,2144	0,23	10,35	0,85	0,16	---	+0,18	0,08	0,08	---	+0,10	B8-A3	
3.	DY Peg	060	-1,1371	0,34	9,99	0,65	0,16	+0,07	+0,20	0,09	0,09	+0,00	+0,11	A3-A9	
4.	EH Lib	324	-1,0535	0,29	9,59	0,63	0,15	+0,11	+0,16	0,08	0,08	+0,06	+0,08	A5-F0	
5.	YZ Boo	026	-0,9825	0,32	10,30	0,46	0,12	---	+0,21	0,08	0,08	---	+0,13		
6.	BP Peg	042	-0,9604	0,42	11,81	0,60	0,12	---	+0,30	0,16	0,16	---	+0,14		
7.	DY Her	355	-0,8379	0,26	10,24	0,62	0,17	+0,13	+0,25	0,10	0,10	+0,06	+0,15		
8.	VZ Cnc	184	-0,7487	0,26	7,46	0,50	0,07	+0,08	+0,23	0,07	0,07	+0,03	+0,16	A7-F2III	
9.	DH Peg	038	-0,5926	0,30	8,98	0,73	0,13	---	+0,29	0,09	0,09	---	+0,20		
10.	RZ Cep	077	-0,5106	0,35	9,15	0,75	0,18	+0,25	+0,43	0,09	0,09	---		A0-A3	
11.	T Sex	204	-0,4885	0,45	9,88	0,59	0,12	+0,07	+0,18	0,06	0,06	---		A2	
12.	BS Boo	017	-0,4233	0,20	9,7	1,5	0,43	---	+0,02	0,06	0,06	---	-0,06	B8-F0	
13.	AR Per	123	-0,3711	0,15	10,02	1,2	0,28	+0,33	+0,45			---		A3-F0	
14.	RR Leo	176	-0,3445	0,13	9,98	1,7	0,31	-0,01	+0,13	0,09	0,09	-0,07	+0,04	A0-F4	
15.	VX Her	003	-0,3416	0,15	10,02	1,2	0,31	---	+0,09	0,12	0,12	---	-0,03	A3-F0	
16.	XZ Cyg	056	-0,3311	0,17	8,94	1,4	0,30	+0,03	+0,08			---		A2-F0	
17.	RV UMa	075	-0,3297	0,19	10,1	1,2	0,37	---	+0,10	0,08	0,08	---	+0,02	F0	
18.	XZ Dra	063	-0,3229	0,20	9,63	1,2	0,35	+0,08	+0,13	0,16	0,16	-0,04	-0,03		
19.	TW Boo	037	-0,2739	0,13	10,53	1,2	0,27	+0,08	+0,10	0,08	0,08	+0,02	+0,02		
20.	W CVn	036	-0,2582	0,15	10,00	1,15	0,26	+0,10	+0,14	0,08	0,08	+0,04	+0,06	A6-F6	
21.	TU UMa	167	-0,2537	0,16	9,25	1,6	0,22	+0,05	+0,09	0,08	0,08	+0,00	+0,01	F0	
22.	RR Lyr	042	-0,2465	0,19	7,28	1,2	0,24	+0,10	+0,20			---		A2-F1	
23.	ST Boo	024	-0,2060	0,17	10,1	1,2	0,1	+0,08	+0,16	0,09	0,09	+0,02	+0,07	A2-A5	
24.	SU Dra	100	-0,1805	0,16	9,28	1,1	0,1	---	+0,12	0,10	0,10	---	+0,02	A3-F5	
25.	XX And	097	-0,1380	0,19	10,12	1,0	0,29	+0,15	+0,14	0,10	0,10	+0,08	+0,04		

Tabelle 1 umfaßt die photometrischen Daten sämtlicher, der weiteren Diskussion zugrunde liegender RR Lyrae-Sterne. Es wurden die Sterne SX Phe, EH Lib, YZ Boo, BP Peg, T Sex und RR Lyr, an denen genaue lichtelektrische Messungen anderer Beobachter in mehreren Farben angestellt wurden (siehe Anmerkungen), mit aufgenommen.

Die Tabelle ist wie folgt angelegt: 1. Spalte: laufende Nummer und Bezeichnung des Sterns; 2. Spalte: genäherte galaktische Koordinaten nach dem General Catalogue of Variable Stars (GCVS) 1958; 3. Spalte: Logarithmus der Periode in Tagen nach dem GCVS; 4. Spalte: Asymmetrie der Blaulichtkurve $\xi_B = \frac{m - M}{P}$ = Dauer des Helligkeitsanstieges in Einheiten der Periode; die Daten dafür stammen aus eigenen Messungen, soweit die Lichtkurve vom Maximum aus zum Minimum extrapoliert werden konnte oder wurden der Tabelle von DETRE (1960) entnommen; 5. Spalte: maximale visuelle Helligkeit m_V ; 6. und 7. Spalte: Helligkeitsamplitude ΔB und Farbamplitude $\Delta(B-V)$; 8. und 9. Spalte: die gemessenen Farbindices im Maximum des Lichtwechsels; 10. Spalte: die interstellare Verfärbung E_{B-V} (siehe III. §1.); 11. und 12. Spalte: die Eigenfarben im Maximum des Lichtwechsels; 13. Spalte: die Spektraltypen nach GCVS.

Anmerkungen zu den einzelnen Sternen:

- SX Phe: Farbindex C_p nach EGGEN (1952), transformiert durch $(B-V) = +0,08 + 1,03 \cdot C_p$ in das B,V-System. Lichtkurve stark veränderlich, sodaß die photometrischen Daten Mittelwerte darstellen.
- CY Aqr: Beobachtetes Maximum J.D.hel. 243 6541,2740; Vergleichssterne BD+0°4903, $m_V = 10^m,19$, $B-V = +1,32$.
- DY Peg: Farbindex nach HARDIE und GEILKER (1958), der mit eigenen Messungen übereinstimmt.
- EH Lib: Farbindex nach FITCH (1957).
- YZ Boo: Farbindex $(P-V)_E$ nach EGGEN (1955), transformiert durch $(B-V) = +0,12 + 0,96 \cdot (P-V)_E$ in das B,V-System.
- BP Peg: Farbindex C_{int} nach MASANI und BROGLIA (1954), transformiert mit $(B-V) = +0,10 + 1,05 \cdot C_{int}$ in das B,V-System.
- DY Her: Eigene Messungen und Beobachtungen von FITCH (1957) ergeben die in der Tabelle gemittelten Farben.
- VZ Cnc: Angegebener Farbindex ist der Mittelwert aus eigenen Beobachtungen und denen von FITCH (1955). Gemessenes Maximum J.D.hel 243 6263,4407.

- DH Peg: Beobachtetes Maximum J.D.hel. 243 5779,2883; Ver -
gleichssterne BD+6^o4987, $B-V=0^m,61$.
- RZ Cep: Beobachtetes Maximum J.D.hel. 243 6604,3093, Ver -
gleichssterne BD+63^o1873, $m_V=9^m,45$, $U-B=-0^m,14$, $B-V=+0^m,45$;
siehe auch GEYER (1958).
- T Sex: Photometrische Daten nach TIFT und SMITH (1958).
- RS Boo: Beobachtetes Maximum J.D.hel. 243 5891,5618; Ver -
gleichssterne BD+32^o2487, $B-V=+0^m,70$.
- AR Per: Beobachtete Maxima J.D.hel. 243 6231,3203 und
243 6607,5100; Vergleichssterne BD+46^o860, $m_V=8^m,75$,
 $U-B=+0^m,10$, $B-V=+0^m,47$.
- RR Leo: Beobachtete Maxima J.D.hel. 243 5874,3982 und
243 6672,4142; Vergleichssterne BD+24^o2181, $m_V=10^m,50$,
 $U-B=+0^m,09$, $B-V=+0^m,12$.
- VX Her: Auf Sonneberger Überwachungsplatten bestimmtes Nor-
malmaximum J.D.hel. 243 5694,380 , lichtelektrisch
gemessenes Maximum J.D.hel. 243 5984,4614; Vergleichs-
sterne BD+16^o3191, $m_V=10^m,26$, $B-V=+0^m,38$.
- XZ Cyg: Beobachtetes Maximum J.D.hel. 243 6369,4234; Ver -
gleichssterne BD+55^o2216, $m_V=8^m,18$, $U-B=+0^m,03$, $B-V=+0^m,52$.
- RV UMa: Beobachtete Maxima J.D.hel. 243 5872,4960 und
243 5899,6464; Vergleichssterne BD+54^o1605 ist ein wei-
ter Doppelstern, hellere Komponente wurde als Anschluß-
stern benutzt: $B-V=+0^m,55$.
- XZ Dra: Beobachtetes Maximum J.D.hel. 243 6370,5104; Ver -
gleichssterne BD+64^o1327, $m_V=9^m,40$, $B-V=+1^m,47$.
- TW Boo: Beobachtetes Maximum J.D.hel. 243 6232,6648; Schät-
zungen auf Sonneberger Überwachungsplatten ergaben
das photographische Normalmaximum J.D.hel. 243 5601,390;
Vergleichssterne BD+41^o2525, $m_V=10^m,33$, $U-B=0^m,00$, $B-V=+0^m,53$.
- W CVn: Photographisches Normalmaximum auf Sonneberger Über-
wachungsplatten 243 5601,394, lichtel. Maximum J.D.hel.
243 6232,5853; Vergleichssterne BD+38^o2512, $m_V=9^m,40$,
 $U-B=+0^m,07$, $B-V=+0^m,44$.
- TU UMa: Beobachtetes Maximum J.D.hel. 243 6611,3818; Ver -
gleichssterne BD+30^o2165, $m_V=8^m,97$, $U-B=+0^m,05$, $B-V=+0^m,51$.
- RR Lyr: Photometrische Daten nach HARDIE (1955).
- ST Boo: Normalmaximum auf Sonneberger Platten 243 5549,614,
lichtel. Maximum J.D.hel. 243 6279,5296; Vergleichs-
sterne BD+36^o2612, $m_V=8^m,67$, $B-V=+1^m,12$.
- SU Dra: Beobachtetes Maximum J.D.hel. 243 5892,4618; Ver -
gleichssterne BD+68^o655, $B-V=+1^m,55$.

XX And: Aus Bamberger Überwachungsplatten ergab sich das Normalmaximum 243 6459,531; lichtel. wurden die Maxima J.D.hel. 243 6848,3697 und 243 6850,5383 beobachtet. Vergleichestern BD+38^o232, $m_v = 9^m,85$, $U-B = +0^m,09$, $B-V = +0^m,10$.

III. Die Diskussion der Beobachtungen

§ 1. Berücksichtigung der interstellaren Verfärbung

Die gemessenen Maximumfarben der RR Lyrae-Sterne sind noch verfälscht durch das interstellare verfärbende Medium. Da die Sterne der Tabelle 1 entsprechend ihrer scheinbaren Helligkeiten in Entfernungen < 1000 pc von der Sonne stehen und mit nur wenigen Ausnahmen galaktische Breiten $> 20^\circ$ aufweisen, andererseits jedoch keine stellarstatistischen ^{sch} Untersuchungen über die interstellare Absorption in der Umgebung dieser Haufenveränderlichen vorliegen, ist man auf Modelle über die Verteilung des extingierenden interstellaren Mediums angewiesen.

Die Absorption $A_{\lambda_1} = A_{\lambda_1}(l, b; r)$ im Wellenlängenbereich λ_1 , der ein Objekt in der Entfernung r und den galaktischen Koordinaten l, b unterliegt, wird bei den Modellen durch einen analytischen Ausdruck unter Mittlung über lokale Schwankungen und der galaktischen Länge l dargestellt. Den Modellen von WILLIAMS (1932), HUNTER und MARTIN (1940), PARENAGO (1940, 1945), VAN RHIJN (1949) und ALLEN (1955) liegt die Annahme zugrunde, daß die Dichte des absorbierenden Mediums wie die Sterndichte exponentiell mit dem Abstand z von der galaktischen Ebene abnehmen soll:

$$\rho(z) = \rho_0 e^{-z/B}$$

Die Differentialgleichung für die am Ort der Sonne empfangene Intensität des Sternlichtes lautet dann:

$$(11) \quad \frac{dI}{dz} = - \frac{k \rho_0}{\sin |b|} I \cdot e^{-z/B}; \quad k = \text{Absorptionskoeffizient.}$$

Steht der Stern in der Entfernung r mit der galaktischen Breite b , so ist die Absorption in Größenklassen gegeben durch

$$(12) \quad A(b, r) = 2,5 \log \left(\frac{k \rho_0}{\sin |b|} \int_0^{r \cdot \sin |b|} e^{-z/B} dz \right), \quad \text{oder}$$

$$A(b,r) = \frac{a_0 \cdot B}{\sin |b|} \left(1 - e^{-\frac{r \cdot \sin |b|}{B}} \right) ,$$

wobei $a_0 = 2,5 \cdot k \cdot \varphi_0 \cdot \log e$ gesetzt wurde. B bedeutet somit die halbe homogene Schichtdicke des interstellaren absorbierenden Mediums.

Zur Bestimmung der Verfärbung selbst muß noch die Kenntnis des Verhältnisses $R = A_V/E_{B-V}$ zwischen Gesamtabsorption im visuellen Bereich A_V und dem Farbexzess E_{B-V} , sowie auch das Verhältnis der Farbexzesse E_{U-B}/E_{B-V} , also die Verfärbungslinie im Zweifarbenindexdiagramm, vorausgesetzt werden.

Nach den Beobachtungen und Diskussionen an verfärbten O- und B-Sternen der Population I durch MORGAN, HARRIS und JOHNSON (1953), sowie HILTNER und JOHNSON (1956) gilt im UB_V-System:

$$(13) \quad R = A_V/E_{B-V} = 3,0 \pm 0,2 ,$$

$$(14) \quad E_{U-B}/E_{B-V} = 0,72 + 0,05 \cdot E_{B-V} .$$

Die Abhängigkeit von R vom Spektraltyp und E_{B-V} kann nach den Rechnungen von SCHNIDT (1957) berücksichtigt werden, liegt jedoch für den vorliegenden Fall der RR Lyrae-Sterne innerhalb der Fehlergrenzen von Gleichung (13).

In dem Farbsystem C_1 von STEBBINS, HUFFNER und WHITFORD (1934, 1940) gilt nun noch nach MORGAN, HARRIS und JOHNSON:

$$(15) \quad A_V = 6,1 \cdot E_1 \pm 0,4 , \text{ wobei } E_1 \text{ der Farbexzess im } C_1\text{-System}$$

ist. Aus (13) und (15) ergibt sich, da $E_{B-V} = A_B - A_V$:

$$(16) \quad A_B = 4 \cdot E_{B-V} = 8,2 \cdot E_1 .$$

Für die in Tabelle 1 berechneten Verfärbungen wurde das PARENAGO-Modell zugrunde gelegt mit $a_0 = 3,4^m$ pro kpc und $B = 100$ pc:

$$A_B(b,r) = \frac{0,34}{\sin |b|} \left(1 - \exp\left(-\frac{r \cdot \sin |b|}{100}\right) \right) .$$

Dabei ist noch zu berücksichtigen, daß der Absorptionswert von PARENAGO auf $A_B = 9,7 \cdot E_1$ beruht, sodaß nach (16) der Korrekturfaktor $8,2/9,7 = 0,85$ an a_0 anzubringen ist (siehe auch SCHNIDT (1958)). Damit ergibt sich unter Anwendung dieser Umrechnungsformeln und Korrekturfaktoren:

$$(17) \quad E_{B-V} = 0,072 \cdot \operatorname{cosec} |b| \left(1 - \exp\left(-\frac{r \cdot \sin |b|}{100}\right) \right) .$$

Die Bestimmung der Verfärbung nach dieser Formel erfolgte dann durch successive Näherung: Aus der absoluten Helligkeit M_V - sie wurde für RR Lyrae-Sterne der Gruppe I (siehe III. §2.)

mit Perioden $P < 0,15^d$ zu $M_V(\text{Max}) = +3,0^m$, für $P < 0,3^d$ zu $M_V(\text{Max}) = +1,0^m$, für die Gruppe II durchweg $M_V(\text{Max}) = 0,0^m$ gesetzt - und der gemessenen scheinbaren Helligkeit m_V folgt die photometrische Entfernung r'_1 in pc nach

$$(18) \quad \log r'_1 = \frac{m_V - M_V + 5}{5} .$$

Der Zusammenhang zwischen der wahren Entfernung r des Sternes und der photometrischen r'_1 ist gegeben durch:

$$(19) \quad m - A_V + 5 - 5 \cdot \log r = m + 5 - 5 \cdot \log r'_1 \quad , \quad \text{oder} \\ \log r = \log r'_1 - 0,2 \cdot A_V(r) .$$

Aus (17) und (18) ermittelt sich ein erster Näherungswert $E_{B-V}(b, r'_1)$ und $A_V(b, r'_1)$, damit nach (19) ein verbesserter Wert r_1 , mit dem man wieder in (17) eingeht usw., bis das Näherungsverfahren steht.

In Tabelle 1 wurde E_{B-V} nur für solche Sterne berechnet, deren galaktische Breiten $|b| > 20^\circ$ sind. Zu einzelnen Sternen ist folgendes zu bemerken:

T Sex: Verfärbung sehr klein, da in seiner Umgebung extragalaktische Nebel in überdurchschnittlicher Häufigkeit auftreten.

XZ Cyg: Der Stern hat die galaktische Breite $+ 16^\circ$. Berechnet man nach (17) die Verfärbung, so würde die Eigenfarbe des Sterns extrem blau ausfallen. Wahrscheinlich ist die Raumtransparenz in seiner Nachbarschaft ähnlich hoch, wie im Gebiet der nicht weit davon entfernten Cygnuswolke.

XX And: Der Veränderliche steht in der Nähe des Andromedanebels (M 31). Die Farbmessungen von CODE (1956) an OB-Sternen und KRON (1955) an Kugelsternhaufen in M 31 deutet BAADE (1955) so, daß die Absorption für den Andromedanebel durch unsere Milchstraße klein ist. Die Farben der Kugelhaufen entsprechen im Mittel denen in unserm Sternsystem in mittleren galaktischen Breiten. Daher wurde für XX And $E_{B-V} = 0,1^m$ angenommen.

Der Fehler in der Verfärbung ΔE_{B-V} durch einen Fehler ΔM_V in der Annahme über die absoluten Helligkeiten der RR Lyrae-Sterne ist gegeben durch:

$$|\Delta E_{B-V}| = \frac{1}{4} |\Delta A_B| = \frac{1}{4} \left| \frac{a_0 \cdot r \cdot \ln 10 \cdot \exp\left(-\frac{r \cdot \sin |b|}{B}\right) \cdot \Delta M}{5 + a_0 \cdot r \cdot \ln 10 \cdot \exp\left(-\frac{r \cdot \sin |b|}{B}\right)} \right| .$$

r in pc, $a_0 = 0,0029^m$ pro pc, $B = 100$ pc, ΔM in Größenklassen,

und kann der Tabelle 2 entnommen werden.

Tabelle 2

r [pc]	$ \Delta E_{B-V} = 1^m_0$		
	b=30°	b=60°	b=90°
100	0,019	0,013	0,012
500	0,013	0,002	0,001
1000	0,002	0,000	0,000

Ist weiterhin der Faktor $a_0 B$ mit dem Fehler $\Delta(a_0 B)$ behaftet, so ergibt sich ein Fehler in der Verfärbung zu

$$|\Delta E_{B-V}| = \frac{1}{4} |\Delta A_B| = \frac{1}{4} \left| \operatorname{cosec} |b| \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{r \cdot \sin |b|}{B}\right) \right) \Delta(a_0 B) \right| ,$$

sodaß für $|\Delta(a_0 B)| = 0,05$ sich die Werte der Tabelle 2a ergeben.

Tabelle 2a

r [pc]	$ \Delta E_{B-V} $ b=30°	$ \Delta E_{B-V} $ b=60°	$ \Delta E_{B-V} $ b=90°
100	0,009	0,008	0,008
500	0,023	0,014	0,012
1000	0,029	0,014	0,012

Die berechneten Verfärbungen sind somit im wesentlichen durch den Fehler von a_0 verfälscht, vom maximalen Betrag $\pm 0,03$ für galaktische Breiten zwischen 20° und 30°.

§ 2. Die beiden physikalischen RR Lyrae-Sterngruppen

Die in den Abbildungen 1 und 1a und der Tabelle 1 zusammengestellten photometrischen Daten sind der Ausgang für eine Reihe von Diagrammen, die den Nachweis von zwei physikalischen Gruppen unter den RR Lyrae-Sternen liefern.

An Hand der Lichtkurven in 3 Farben ergibt sich, daß eine Verspätung des Eintritts des Maximums bei zunehmender isophoter Wellenlänge für die Lichtkurve bei den Haufenveränderlichen nicht vorhanden ist bzw. unterhalb der Beobachtungsgenauigkeit liegt, im Gegensatz zu den Cepheiden der Populationen I und II mit Perioden $P > 1^d$.

Die Abhängigkeit des unmittelbar gemessenen Farbindex $(B-V)_g$ im Maximum des Lichtwechsels bzw. des von interstellarer Verfärbung befreiten Farbindex $(B-V)_0 = (B-V)_g - E_{B-V}$ von der Periode ist in den Abbildungen 2 und 2a dargestellt. Danach

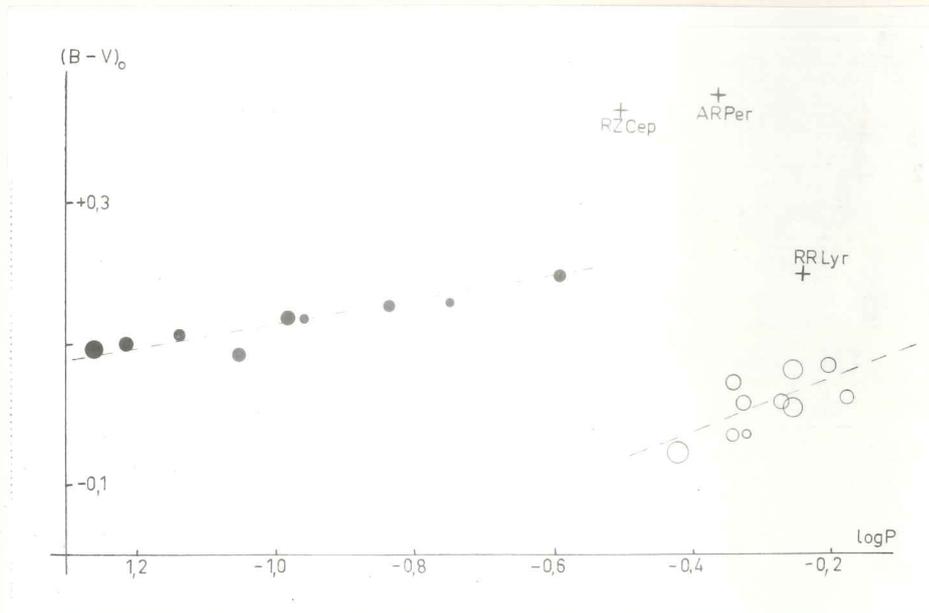
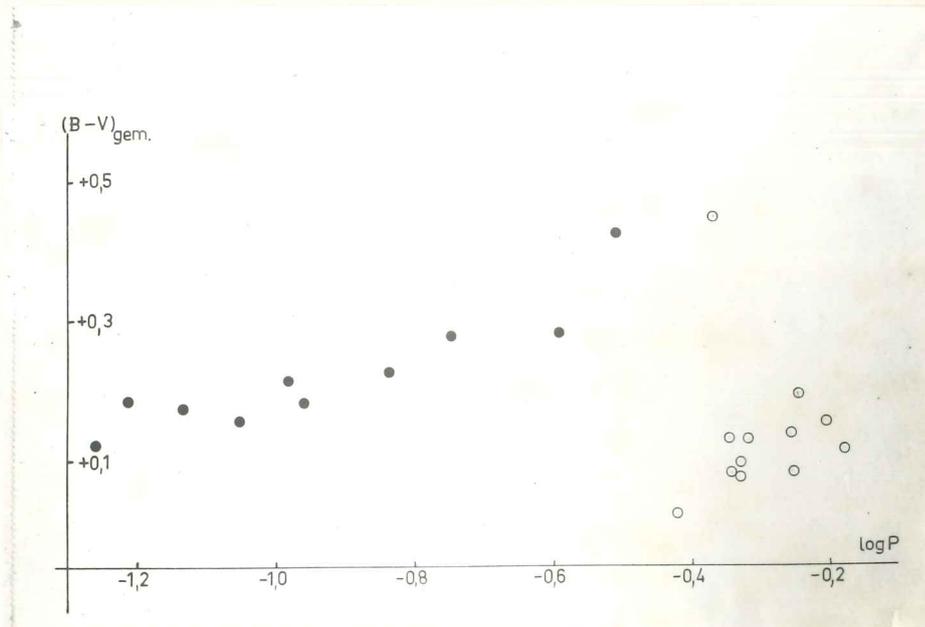


Abb. 2 und 2a. Die Abhängigkeit der gemessenen Farben $(B-V)_g$ und der Eigenfarben $(B-V)_0$ galaktischer RR Lyrae-Sterne von der Periode. Ausgefüllte Kreise: Gruppe I ; offene Kreise: Gruppe II ; Kreuze: verfärbte Sterne, die mit den gemessenen Farben in Abb. 2a eingeseichnet wurden. Die gestrichelten Geraden stellen die mit Gewichten entsprechend den Durchmesser der Symbole ausgeglichenen Farb-Periodenbeziehungen dar.

folgt die Existenz z w e i e r physikalischer Gruppen unter den RR Lyrae-Sternen: Gruppe I mit Perioden in dem Intervall $-1,25 < \log P^d < -0,4$ ist im Maximum r ö t e r als Gruppe II mit $-0,45 < \log P^d < -0,1$. Zwei weitere Parameter für die Gruppenunterscheidung liefert das Farbaamplituden- bzw. Helligkeitsamplituden-Periodendiagramm

der Abbildung 3 nach den Daten von Tabelle 1. Im Mittel ist für Gruppe I $\Delta(B-V) \sim 0,15^m$, $\bar{A}_B \sim 0,65^m$, für Gruppe II $\Delta(B-V) \sim 0,3^m$, $\bar{A}_B \sim 1,3^m$. Eine direkte Beziehung zwischen diesen beiden Größen mit der Periode, wie sie z.B. ROBERTS und SANDAGE bei den Haufenveränderlichen des Kugelsternhaufens M 3 gefunden haben, läßt sich bei den galaktischen RR Lyrae-Sternen nicht aufstellen, da diese gegenüber den Haufenveränderlichen ein inhomogenes Material darstellen und andererseits diese Größen durch den sog. BLASCHKO-Effekt Veränderungen unterworfen sind. Dieser Effekt, den die Mehrzahl der galaktischen RR Lyrae-Sterne aufweisen, läßt sich durch die Annahme erklären, daß den Lichtwechsel dieser Sterne neben der Grundperiode P_0 noch mindestens eine weitere Periode p_1 mitbestimmt und durch Überlagerung der Schwingungen zu Schwebungsvorgängen mit den Schwebungsperioden P_1, P_2, \dots führt (siehe vor allem zu diesem Problemkreis DETRE (1956, 1957) und LEDOUX und WALRAVEN (1958)). Diese Schwebungsvorgänge bewirken Änderungen der Helligkeitsamplituden im Laufe der Schwebungsperiode von maximal $0,6^m$ und der Farbamplituden von maximal $0,1^m$ und sind für einzelne Sterne der Abb. 3 durch vertikale Striche angedeutet. Die stärkste Amplitudenänderung zeigt nach DETRE (1957) und eigenen Messungen RV UMA (Abb. 1a.). Bemerkenswert ist ferner, daß der BLASCHKO-Effekt bei Sternen mit $P < 0,20^d$ und $0,3^d \leq P \leq 0,5^d$ besonders kräftig auftreten kann und daß nach DETRE-BALAZS (1960) und SPINRAD (1959) im wesentlichen 2 Gruppen durch das P_1/P_0 - Verhältnis unterschieden werden können:

$3,5 \leq P_1/P_0 \leq 4,8$, $P_0 < 0,2^d$, identisch mit der physikalischen Gruppe I;

$54 \leq P_1/P_0 < 250$, $P_0 > 0,3^d$, identisch mit der physikalischen Gruppe II.

Die Asymmetrie der Lichtkurve ist ein weiteres Merkmal zur Festlegung der Gruppeneigenschaft. Die von BAILEY an Hand der Haufenveränderlichen eingeführten Bezeichnung a, b, c zur Charakterisierung der Form der Lichtkurven ist zweckmäßigerweise durch $\xi = \frac{M - M}{p}$, der Dauer des Helligkeitsanstieges in Einheit der Periode zu ersetzen: für a-Sterne ist $\xi < 0,2$, die Lichtkurve stark asymmetrisch; für b-Sterne ist $0,2 < \xi < 0,35$; für c-Sterne ist $0,35 < \xi < 0,5$, die Lichtkurve symmetrisch.

Nach DETRE (1960) ist ξ_B der Blaulichtkurve stets größer oder gleich ξ_V der visuellen Lichtkurve: $\xi_B \geq \xi_V$.

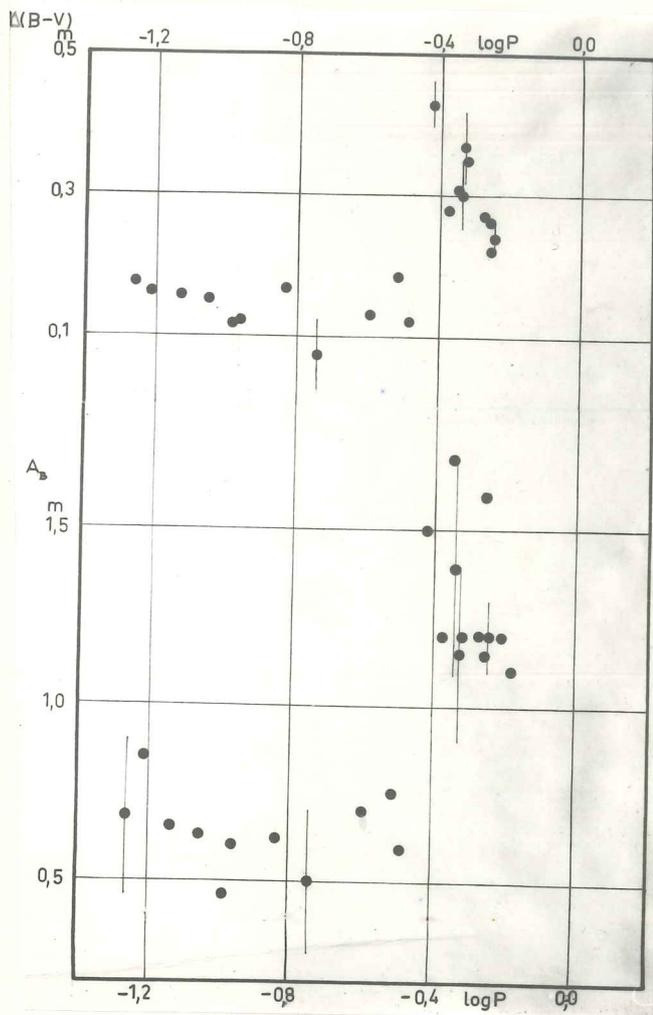


Abb. 3. Farbamplitude $\Delta(B-V)$ und Helligkeitsamplitude A_B in Abhängigkeit von der Periode. Die Länge der vertikalen Striche bei einzelnen Punkten zeigt den Bereich der Veränderlichkeit dieser Größen infolge des BLASCHKO-Effektes an.

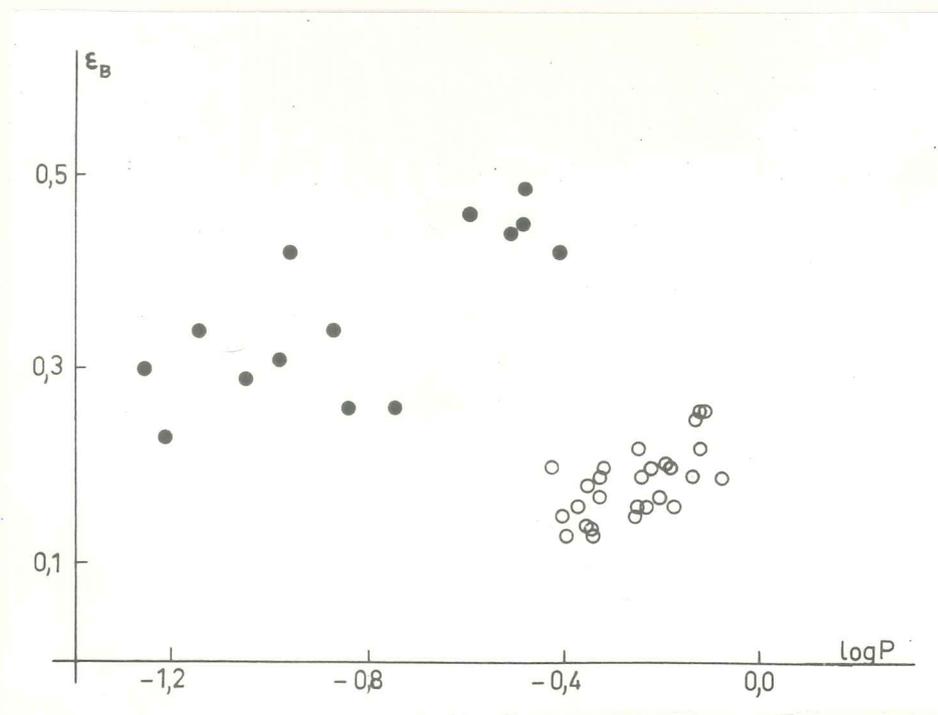


Abb. 4. Die Abhängigkeit der Asymmetrie der Blaulichtkurven von der Periode. Die Werte dafür entstammen der Tabelle 1, der Tabelle von DETRE (1960) und für Perioden $P > 0,73$ dem GCVS. Symbole wie bei Abb.2 .

Da nach Abbildung 4 ein enger Zusammenhang zwischen ξ_B und der Periode besteht, und zwar aufgespalten in zwei voneinander getrennten Ästen, die wiederum die physikalischen Gruppen definieren, ist das von den Untersuchungen der Haufenveränderlichen bekannte Kriterium nur zwischen RR_{a+b} - und RR_c -Sternen zu unterscheiden, abzuwandeln in RR_{a+b} und RR_{c+b} -Sterne.

Folgender lockerer Zusammenhang existiert:

$$(20) \begin{array}{l} \text{Gruppe I, } RR_{c+b}\text{-Sterne: } \xi_B = 0,56 + 0,25 \cdot \log P \\ \text{Gruppe II, } RR_{a+b}\text{-Sterne: } \xi_B = 0,26 + 0,25 \cdot \log P \end{array}$$

Die Streuung der Punkte um diese Geraden ist groß, was zum Teil auch auf die Veränderlichkeit von ξ_B infolge des BLASCHKO-Effektes zurückzuführen ist. Für die RR_{c+b} -Sterne liegt ξ_B in dem Intervall $0,2 < \xi_B \leq 0,5$, für die RR_{a+b} -Sterne $0,1 \leq \xi_B \leq 0,3$.

§ 3. Die Farben-Periodenbeziehungen und die Lage der RR Lyrae-Sterne im Zweifarbenindexdiagramm

Der Zusammenhang der Eigenfarben im Maximum des Lichtwechsels (Abb. 2a) mit dem Logarithmus der Periode legt lineare Beziehungen für die beiden RR Lyrae-Gruppen nahe. Die mit Gewichten entsprechend den galaktischen Breiten der Sterne ausgeglichenen Geraden lauten:

$$(21) \begin{array}{l} RR_{c+b}^I\text{-Sterne: } (B-V)_0^{\max} = 0,30 + 0,18 \cdot \log P, \quad -1,25 < \log P < -0,4 \\ \quad \quad \quad \pm,005 \quad \quad \pm,005 \\ RR_{a+b}^{II}\text{-Sterne: } (B-V)_0^{\max} = 0,13 + 0,38 \cdot \log P, \quad -0,45 < \log P < -0,1 \\ \quad \quad \quad \pm,007 \quad \quad \pm,02 \end{array}$$

Wegen der ungenauen Kenntnis der absoluten Helligkeiten der Sterne beider Gruppen, kann die Verfärbung an den Bereichsenden über- bzw. unterkorrigiert sein. Die begangenen Fehler sind nach Tabelle 2 so gering, daß sie innerhalb der angegebenen mittleren Koeffizientenfehler liegen.

Für die mittleren Eigenfarben $(B-V)_0^{\text{mit.}}$ im Helligkeitsanstieg, die definiert sind durch

$$(22) \quad (B-V)_0^{\text{mit.}} = (B-V)_0^{\max} + \frac{1}{2} \Delta(B-V),$$

und die an Hand der Lichtkurven der Abb. 1 und den ξ_B näherungsweise bestimmt wurden, ergeben sich die ausgeglichenen Beziehungen:

$$(23) \begin{array}{l} RR_{c+b}^I\text{-Sterne: } (B-V)_0^{\text{mit.}} = 0,34 + 0,14 \cdot \log P \\ \quad \quad \quad \pm,02 \quad \quad \pm,02 \end{array}$$

$$RR_{a+b}^{II}\text{-Sterne: } (B-V)_0^{\text{mit}} = 0,20 + 0,00 \cdot \log P \quad , \\ \pm 0,07 + \pm 0,2$$

Dies bedeutet, daß zusammen mit den Gleichungen (21), (22) für beide Gruppen von RR Lyrae-Sternen Perioden- Farb- bzw. Helligkeitsamplitudenbeziehungen bestehen, was als Beweis für die Pulsation dieser Sterne angesehen werden kann. Außerdem zeigte WOLTJER (1956), daß zwischen den Helligkeitsamplituden und den Amplituden der Radialgeschwindigkeitskurven ebenfalls eine lineare Beziehung besteht.

Für energetische Betrachtungen wird der mittlere Farbindex an Stelle des bei vollständig vorliegender Lichtkurve zu bestimmenden durchschnittlichen Farbindex verwendet. Letzteren erhält man durch Mittlung der blauen und visuellen Intensitätskurven über die Periode und aus den so gewonnenen durchschnittlichen Intensitäten $I_d(B)$, $I_d(V)$ durch Bildung des Farbindex FI_d :

$$I_d(B) = \frac{1}{P} \int_0^P 10^{-0,4\Delta m_B(t)} dt; \quad I_d(V) = \frac{1}{P} \int_0^P 10^{-0,4\Delta m_V(t)} dt;$$

$$FI_d = -2,5 \cdot \log \frac{I_d(B)}{I_d(V)} ;$$

$\Delta m(t)$ ist der Verlauf der Lichtkurve in Größenklassen. Der Unterschied zwischen $FI_{\text{mit.}}$ und FI_d ist sehr gering und für Lichtkurven mit $\varepsilon = 0,5$ Null.

Die Lage der Sterne, von denen auch Ultraviolettmessungen vorliegen, im Zweifarbenindexdiagramm ($(U-B)_0$, $(B-V)_0$ Diagramm) zeigt Abbildung 5. Die ausgezogene Kurve stellt die Beziehung für Population I Hauptreihensterne der Leuchtkraftklasse V dar, die gepfeilte Gerade gibt die Verfärbungslinie für OB-Sterne wieder. Im wesentlichen stimmt der Befund der Abb. 5 mit dem von BAKER (1956) überein, der die Lage der Haufenveränderlichen

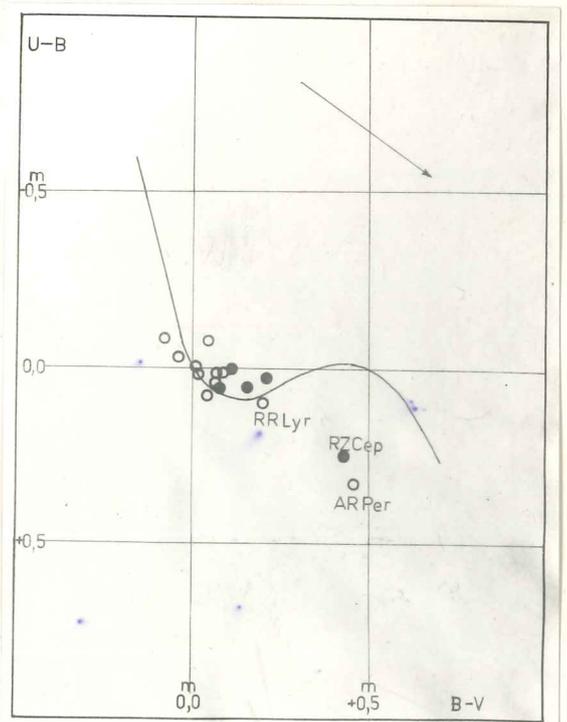


Abb.5. Das Zweifarbenindexdiagramm für RR Lyrae-Sterne.

des Kugelsternhaufens M 3 im Zweifarbenindexdiagramm untersuchte. Das Ergebnis ist, daß RR Lyrae-Sterne mit $(B-V)_0 < 0,0$ einen Mangel an UV-Strahlung, solche mit $(B-V)_0 > 0,0$ einen UV-Überschuß aufweisen, ein Effekt, der schon ganz allgemein von SANDAGE und WALKER (1955), ARP und JOHNSON (1955) und JOHNSON und SANDAGE (1956) bei den Population II - Sternen der Kugelhaufen NGC 4147, M 13, M3 festgestellt wurde und der wichtige Hinweise auf die Metallhäufigkeit in den Atmosphären dieser Sterne gibt.

An Hand des Zweifarbenindexdiagramms lassen sich auch die zwei Gruppen von RR Lyrae-Sternen identifizieren, sodaß man zusammenfassend folgende Kriterien der Tabelle 3 zur Festlegung der physikalischen Gruppeneigenschaften anwenden kann.

Tabelle 3

	RR _{c+b} ^I -Sterne	RR _{a+b} ^{II} -Sterne
	$-1,25 < \log P < -0,40$	$-0,45 < \log P < -0,10$
$\bar{\epsilon}_B$	$= 0,56 + 0,25 \cdot \log P$	$= 0,26 + 0,25 \cdot \log P$
$\overline{\Delta(B-V)}$	$\sim 0,15$	$\sim 0,3$
\bar{A}_B	$\sim 0,65$	$\sim 1,3$
$(B-V)_0^{\max}$	$= 0,30 + 0,18 \cdot \log P$	$= 0,13 + 0,38 \cdot \log P$
$\overline{(U-B)}_0^{\max}$	$+ 0,04$	$0,00$
$\overline{(B-V)}_0^{\max}$	$+ 0,13$	$+ 0,01$

Zur Gruppe I gehören auch die sog. Zwergcepheiden mit extrem kurzen Perioden, wie SX Phe und CY Aqr.

Diese beiden physikalischen Gruppen galaktischer RR Lyrae-Sterne lassen sich nicht ohne weiteres mit einer der in der Einleitung erwähnten kinematischen Komponenten identifizieren. Wahrscheinlich bilden beide zusammen jeweils die e i n e kinematische Komponente, ähnlich wie in Kugelhaufen sowohl RR_{a+b} wie auch RR_{c+b}-Sterne gleichzeitig vorkommen.

§ 4. Die verfärbten Sterne und ihre Verfärbungsparallaxen

Unter den in Tabelle 1 aufgeführten Veränderlichen befinden sich 3 mit geringen galaktischen Breiten: RZ Cep ($b = +5^\circ$), AR Per ($b = -1^\circ$) und RR Lyr ($b = +11^\circ$), sodaß für sie stärkere Verfärbungsbeträge zu erwarten sind. Nach Abbildung 2a, in die die gemessenen Farbindices dieser Sterne mit Kreuzen ein-

getragen sind und dem Zweifarbenindexdiagramm der Abbildung 5 wird diese Vermutung bestätigt. Es lassen sich die Verfärbungsbeträge aus der Farben-Periodenbeziehung und unabhängig davon an Hand der Verfärbungslinie des (U-B), (B-V)-Diagramms ermitteln. Die Werte stimmen bestens überein, was indirekt für die Richtigkeit der Eigenfarben der RR Lyrae-Sterngruppen spricht. Nach den Kriterien der Tabelle 3 gehört RZ Cep zu den RR_{c+b}-, AR Per und RR Lyr zu den RR_{a+b}-Sternen.

Durch Auflösung von Gleichung (17) nach der Entfernung r in [pc]:

$$(24) \quad r = -2,3 \cdot 10^2 \operatorname{cosec} |b| \log \left(1 - \frac{E_{B-V}(r,b) \sin |b|}{0,072} \right),$$

lassen sich Verfärbungsparallaxen dieser Sterne ermitteln. In Tabelle 4 sind die Daten dafür zusammengestellt. Die angegebenen Fehler wurden an Hand der Annahme gerechnet, daß das Produkt der Konstanten a_{0B} mit einem Fehler Δ(a_{0B}) = 0,05 behaftet sei. Aus (24) ergibt sich:

$$\Delta F = \pm \frac{E_{B-V} \cdot \Delta(a_{0B}) \cdot 10^2}{a_{0B} \cdot (0,212 \cdot a_{0B} - E_{B-V} \sin |b|)} \quad \text{und weiterhin}$$

$$\Delta M = \pm \frac{5}{\ln 10} \cdot \frac{\Delta F}{r} = \pm 2,17 \frac{\Delta F}{r}.$$

Tabelle 4

	RZ Cep	AR Per	RR Lyr
E _{B-V}	+0 ^m ,24	+0 ^m ,47	+0 ^m ,15
CB	0,35	0,15	0,19
Δ(B-V)	0 ^m ,18	0 ^m ,28	0 ^m ,24
Gruppe	I	II	II
r [pc]	388 ₋₇₁	659 ₊₁₀₈	260 ₊₅₀
M _V (Max)	+0 ^m ,48	-0 ^m ,48	-0 ^m ,78
	±,40	±,36	±,42

IV. Die physikalische Deutung

§ 1. Theoretische Perioden-Leuchtkraftbeziehung für beide RR Lyrae-Gruppen

Die Theorie der stellaren Pulsation liefert als fundamentales Gesetz die Perioden-Dichtebeziehung:

$$(25) \quad P \cdot \sqrt{\bar{\rho}/\bar{\rho}_\odot} = Q \quad ,$$

P = Periode in Tagen, $\bar{\rho}$ = mittlere Sterndichte, $\bar{\rho}_\odot$ = mittlere Sonnendichte; die Konstante Q hängt vom Verhältnis der spezifischen Wärmen und vom Sternmodell ab. Die Beziehung gilt ganz allgemein für jeden Typ einer periodischen Bewegung unter stellarer Gravitation, vorausgesetzt, die wirksame Längeneinheit ist von der Größenordnung des Sternradius (siehe LEDOUX und WALRAVEN (1958)).

Da die mittlere Dichte und Leuchtkraft festgelegt ist durch Sternmasse M , Sternradius R und effektiver Temperatur T_e :

$$\bar{\rho} = \frac{3M}{4\pi R^3} \quad ; \quad L = 4\pi\sigma \cdot T_e^4 \cdot R^2 \quad , \quad \text{ergibt sich}$$

$$\bar{\rho}/\bar{\rho}_\odot = \frac{M}{M_\odot} \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^{-3} \quad ; \quad L/L_\odot = \left(\frac{T_e}{T_{e\odot}}\right)^4 \cdot \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^2 \quad .$$

Aus der letzten Gleichung folgt unmittelbar unter Verwendung der absoluten bolometrischen Größenklassen:

$$M_{bol} - M_{bol\odot} = -10 \cdot \log \frac{T_e}{T_{e\odot}} - 5 \cdot \log \frac{R}{R_\odot}$$

und durch Logarithmieren der Perioden-Dichtebeziehung:

$$(26) \quad \log P + 0,5 \cdot \log \frac{M}{M_\odot} + 0,3 \cdot M_{bol} + 3 \cdot \log T_e - 12,68 = \log Q \quad ,$$

wobei für $M_{bol\odot} = 4,62$, $T_{e\odot} = 5785^\circ\text{K}$ die bekannten Werte für die Sonne gesetzt wurden. Die Gleichung besagt, daß die Leuchtkraft eines pulsierenden Sternes außer von der Periode auch noch von der effektiven Temperatur, also von seinem Spektraltyp bzw. seiner Eigenfarbe abhängt.

Gleichung (26) gilt es nun in direkt meßbare Größen umzuschreiben. Dabei ist jedoch zu beachten, daß die Zusammenhänge der bolometrischen Korrektur $BK = M_V - M_{bol} = f(B-V)$ und der effektiven Temperatur $\log T_e = \varphi(B-V)$ mit dem Farbindex bisher

nur für Population I-Sterne abgeleitet wurden und nicht unbedingt für Population II-Sterne zu gelten brauchen. Nach der Untersuchung von SANDAGE (1956) über die Massen der RR Lyrae-Sterne ist zumindest der Nullpunkt in der $\log T_e, (B-V)$ -Beziehung für Population II-Sterne kleiner als für solche der Population I.

Weiterhin kann die Masse-Leuchtkraftbeziehung zur Elimination der in Gleichung (26) auftretenden Sternmasse als ausgesprochene Beziehung für Population I Hauptreihensterne nicht für Population II-Sterne verwendet werden, denn sie würde im Gegensatz zur gegenwärtigen Auffassung der Entwicklung der Population II-Sterne viel zu hohe Massenwerte für Sterne im horizontalen Ast des FHD der Population II liefern.

Es wird daher nur angenommen, daß der Verlauf der Funktionen $f(B-V)$ und $\varphi(B-V)$ für Population II-Sterne wie bei denen der Population I erfolgt.

Für den in Frage kommenden Farbbereich kann man die Funktionen durch quadratische Interpolationsformeln approximieren:

$$(27) \quad \begin{aligned} BK &= f(B-V) = a \cdot (B-V)^2 + b \cdot (B-V) + c, \\ \log T_e &= \varphi(B-V) = \alpha \cdot (B-V)^2 + \beta \cdot (B-V) + \gamma. \end{aligned}$$

Durch Ausgleichung ergibt sich (bolometrische Korrekturen nach KUIPER (1938), effektive Temperaturen nach KEENAN und MORGAN (1951), Farb-Spektrumszusammenhang nach JOHNSON und MORGAN (1953)):

$$\begin{aligned} BK &= 7,38 \cdot (B-V)^2 - 4,29 \cdot (B-V) + 0,73, \\ \log T_e &= 0,79 \cdot (B-V)^2 - 0,79 \cdot (B-V) + 4,035, \end{aligned} \quad -0,1 < B-V < 0,3$$

als Interpolationsformeln für Population I-Sterne.

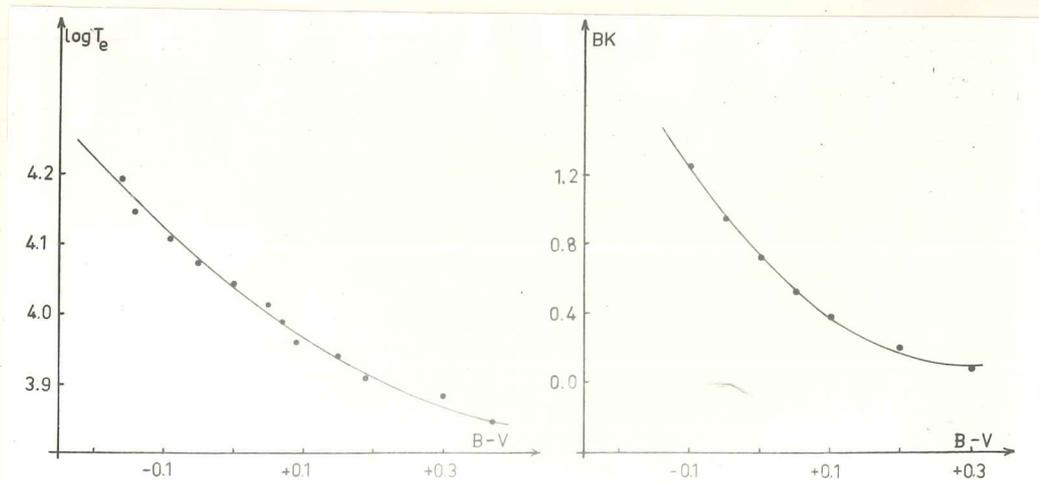


Abb. 6 und 6a. BK und $\log T_e$ als Funktionen des Farbindex (B-V).

Zusammen mit den Gleichungen (26) und (27) folgt:

$$(28) \quad \log P + 0,3 \cdot M_V = C \cdot (B-V)^2 + D \cdot (B-V) + K, \text{ wobei}$$

$$C = 0,3 \cdot a - 3 \cdot \alpha, \quad D = 0,3 \cdot b - 3 \cdot \beta \quad \text{und}$$

$$K = K\left(\frac{M}{M_{\odot}}\right) = \log Q - 0,5 \cdot \log \frac{M}{M_{\odot}} + (0,3 \cdot c - 3 \cdot \gamma) + 12,68.$$

Eliminiert man noch die Farbindices der beiden Gruppen von RR Lyrae-Sternen durch den Ansatz:

$$(B-V)_0 = A + B \cdot \log P,$$

so folgt die theoretische Perioden-Leuchtkraftbeziehung:

$$(29) \quad M_V = \frac{2A \cdot B \cdot C + B \cdot D - 1}{0,3} \log P + \frac{B^2 \cdot C}{0,3} \log^2 P + K', \text{ mit}$$

$$K' = \frac{1}{0,3} (K + A^2 \cdot C + A \cdot D).$$

Für Population I-Sterne ist numerisch $C = -0,156$, $D = +1,083$ und bei Anwendung auf RR Lyrae-Sterne $B < 1$, sodaß das quadratische Glied zu vernachlässigen ist. K' ist eine Funktion der Massen der RR Lyrae-Sterne und hängt außerdem von den Parametern Q , der Pulsationskonstante, c und γ , den Nullpunkten der Beziehungen zwischen bolometrischer Korrektur einerseits und der effektiven Temperatur andererseits mit dem Farbindex, ab.

Setzt man die Farb-Periodenbeziehungen, bezogen auf die Eigenfarben im Maximum des Lichtwechsels, für beide RR Lyrae-Gruppen ein, so ist:

$$RR_{c+b}^I \text{-Sterne: } A = 0,30, \quad B = 0,18, \quad A^2 \cdot C + A \cdot D = +0,311,$$

$$(30a) \quad M_V(\text{Max}) = -2,74 \cdot \log P - 0,017 \cdot \log^2 P + K';$$

$$RR_{a+b}^{II} \text{-Sterne: } A = 0,13, \quad B = 0,38, \quad A^2 \cdot C + A \cdot D = +0,138,$$

$$(30b) \quad M_V(\text{Max}) = -2,01 \cdot \log P - 0,077 \cdot \log^2 P + K'.$$

§ 2. Die Pulsation der RR_{c+b}^I -Sterne in der ersten Oberschwingung

Zur Deutung der beiden physikalischen RR Lyrae-Gruppen wird nun versucht das Verhältnis der Pulsationskonstanten der RR_{c+b}^I und RR_{a+b}^{II} -Sterne zu ermitteln. Nach den Gleichungen (28) und

(29) gilt:

$$0,3 \cdot K'_{c+b} = \log Q_{c+b} - 0,5 \cdot \log \frac{M_{c+b}}{M_{c_0}} + (A^2 C + A \cdot D)_{c+b} + (0,3c - 3\gamma) + 12,68$$

$$0,3 \cdot K'_{a+b} = \log Q_{a+b} - 0,5 \cdot \log \frac{M_{a+b}}{M_{c_0}} + (A^2 C + A \cdot D)_{a+b} + (0,3c - 3\gamma) + 12,68$$

Daraus folgt unmittelbar:

$$\log \frac{Q_{a+b}}{Q_{c+b}} = C \cdot (A^2_{c+b} - A^2_{a+b}) + D \cdot (A_{c+b} - A_{a+b}) + 0,3(K'_{a+b} - K'_{c+b}) + 0,5 \cdot \log \frac{M_{a+b}}{M_{c+b}}$$

Setzt man weiterhin voraus, daß $\frac{M_{a+b}}{M_{c+b}} \sim 1$, eine Annahme, die nach der heutigen Auffassung über die Entwicklung der Population II-Sterne und dem gleichzeitigen Vorkommen von RR_{a+b}- und RR_c-Sternen in Kugelsternhaufen, nahegelegt wird und daß $K'_{a+b} - K'_{c+b} = 0$ ist, eine Voraussetzung, die sogleich nachgeprüft wird, so folgt nach Einsetzen der Zahlenwerte:

$$\log \frac{Q_{a+b}}{Q_{c+b}} = C \cdot (A^2_{c+b} - A^2_{a+b}) + D \cdot (A_{c+b} - A_{a+b}) = 0,173 \pm 0,008$$

oder

$$\frac{Q_{a+b}}{Q_{c+b}} = 1,49 \pm 0,03$$

Dies ist ein Ergebnis, wie es ROBERTS und SANDAGE (1955) für die Haufenveränderlichen des Kugelsternhaufens M 3 gefunden haben und das nach SCHWARZSCHILD (1940) und den Rechnungen von EPSTEIN (1950) so gedeutet werden kann, daß die RR_{c+b}^I-Sterne in der ersten Oberschwingung pulsieren.

Für die mittleren Eigenfarben der Gleichung (23) ist:

$$\frac{Q_{a+b}}{Q_{c+b}} = 1,38 \pm 0,22$$

Außer den gemachten Voraussetzungen gehen an nicht unmittelbar gemessenen Werte die C und D, dagegen nicht c und γ in obiges Ergebnis ein, somit also nur der Verlauf der Funktionen BK = f(B-V) und log T_e = φ(B-V).

Zur Nachprüfung, ob die Funktionen K'_{a+b} und K'_{b+c} miteinander identisch sind, stehen außer den drei Sternen mit Verfärbungsparallaxen noch die Sterne SX Phe und δ Sct, von denen trigonometrische Parallaxen bekannt sind, zur Verfügung. An Hand der Gleichungen (30a) und (30b) und der bekannten M_v(Max) wurden die K' der Tabelle 5 berechnet.

Tabelle 5

Stern	log P	$M_V(\text{Max})$	K'	Gruppe	Bemerkungen
SX Phe	-1,260	$+3,5 \pm 0,8$	-0,12	I	trig. Para. nach JENKINS (1952)
δ Sct	-0,712	$+1,3 \pm 0,6$	-0,64	I?	trig. Para. nach JENKINS (1952)
RZ Cep	-0,511	$+0,48 \pm 0,4$	-0,92	I	Verfärbungspara.
AR Per	-0,371	$-0,48 \pm 0,4$	-1,22	II	"
RR Lyr	-0,246	$-0,78 \pm 0,4$	-1,28	II	"

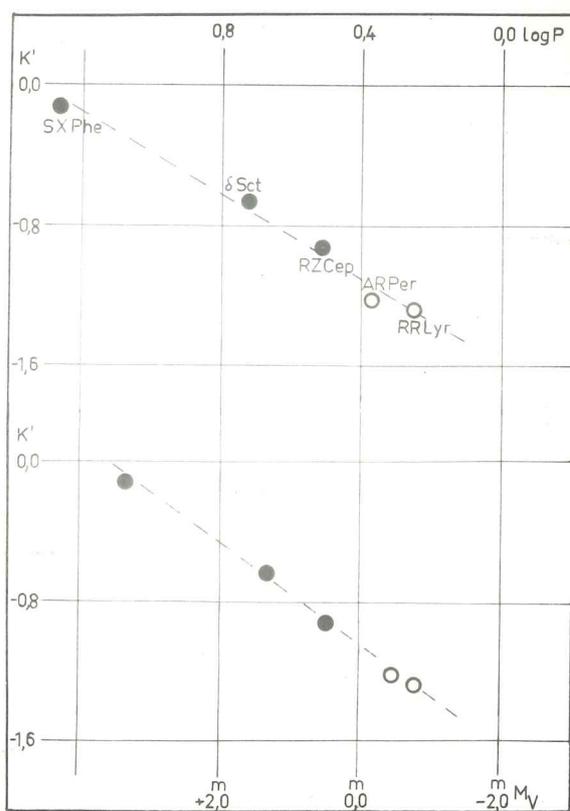


Abb. 7. Die Abhängigkeit von K' von log P (oben) und $M_V(\text{Max})$ (unten) nach den Werten der Tabelle 5.

In Abbildung 7 ist die Abhängigkeit K' von log P und $M_V(\text{Max})$ dargestellt. Es folgt, daß innerhalb der Fehler beide Funktionen als identisch anzusehen sind und durch einen linearen Ansatz approximiert werden können:

$$(31) \quad K' = -1,05 + 0,29 \cdot M_V(\text{Max})$$

Diesen Ausdruck in (30a) und (30b) ergibt die endgültigen Perioden-Leuchtkraftbeziehungen für beide RR Lyrae-Gruppen:

RR_{c+b}^I-Sterne

$$M_V(\text{Max}) = -3,85 \cdot \log P - 0,024 \cdot \log^2 P - 1,48,$$

RR_{a+b}^{II}-Sterne

$$M_V(\text{Max}) = -2,83 \cdot \log P - 0,108 \cdot \log^2 P - 1,48.$$

L i t e r a t u r

=====

- VAN AGT, S.L.Th.J. und P.Th.OOSTERHOFF: Ann. Leiden XXI, Nr.4 (1959). - ALLEN, C.W.: Monthly Notices 114, 387 (1955). - ARP, H.C., BAUM, W.A. und A. SANDAGE: Astronom. J. 58, 4 (1953). - ARP, H.C.: Astronom. J. 60, 1 (1955). - ARP, H.C. und H.L. JOHNSON: Astrophys. J. 122, 171 (1955). - BAADE, W.: IAU Transactions 8, 397 (1952). - BAADE, W.: Mitt. Astr. Gesellschaft 1955, 51. - BAADE, W.: Semaine d'Etude sur le Probleme des Populations Stellaires = Rich. Astr. 5, 303 (1958). - BANNER, K. und G.R. MICZAIKA: Z. Astrophysik 31, 236 (1952). - BAILEY, S.I.: Harvard Annals 38 (1902). - BAKER, R.H. und H.V. BAKER: Astronom. J. 61, 283 (1956). - VAN DEN BERGH, S.: Astronom. J. 62, 334 (1957). - BECKER, W. und J. STOCK: Z. Astrophysik 45, 269 (1958). - TEN BRUGGENCATE, P.: Sternhaufen, Springer Berlin 1927. - CODE, A.D. und T.E. HOUCK: Astronom. J. 61, 173 (1956). - DETRE, L.: Vistas in Astronomy 2, 1156 (1956); Mitt. Budapest Nr. 42 (1957); Kl. Veröff. Bamberg Nr. 27 (1960). - DETRE-BALAZS, J.: Kl. Veröff. Bamberg Nr. 27 (1960). - EGGEN, O.J.: Publ. Astr. Soc. Pacific 64, 305 (1952); 67, 354 (1955). - EPSTEIN, I.: Astrophys. J. 112, 6 (1950). - FITCH, W.S.: Astrophys. J. 121, 690 (1955); Astronom. J. 62, 108 (1957). - GEYER, E.: Z. Astrophysik 44, 98 (1958). - HARDIE, R.H.: Astrophys. J. 122, 256 (1955); - und C.D. GILKER: Astrophys. J. 127, 606 (1958). - HILTNER, W.A. und H.L. JOHNSON: Astrophys. J. 124, 367 (1956). - HUNTER, A. und E.G. MARTIN: Monthly Notices 100, 556 (1940). - IWANOWSKA, W.: IAU Transactions 8, 814 (1952); Bull. Torun Nr. 11 (1953). - JENKINS, L.F.: General Catalogue of trigon. stellar Parall. (1952). - JOHNSON, H.L.: Astrophys. J. 116, 272 (1952). - JOHNSON, H.L. und W.W. MORGAN: Astrophys. J. 117, 313 (1953). - JOHNSON, H.L.: Ann. d'Astrophysique 18, 292 (1955). - JOHNSON, H.L. und A.R. SANDAGE: Astrophys. J. 124, 379 (1956). - KEENAN, P.C. und W.W. MORGAN: Astrophysics, S. 20 ed. by I.A. HYNK, McGraw-Hill, New York 1951. - KRON, G.E.: Astrophys. J. 115, 7 (1952). - KRON, G.E. und N.U. MAYALL: Publ. Astr. Soc. Pacific 67, 326 (1955). - KUIPER, G.: Astrophys. J. 88, 429 (1938). - KUROCHKIN, N.E.: Russ. Astronom. J. 35, 160 (1958). - LEDOUX, R. und Th. WALRAVEN: Handbuch der Physik 51, 384, herausg. v. S. FLÜGGE, Springer Berlin 1958. - LUBIENSKA-IWANISZEWSKA, C.: Bull. Torun Nr. 11 (1953). - MASANI, A. und P. BROGLIA: Contr. Milano-Merate Nuo. Ser. Nr. 47 (1954). - MORGAN, W.W., HARRIS, D.L. und H.L. JOHNSON: Astrophys. J. 118, 92 (1953). - NOTNI, P.: Mitt. Jena Nr. 26 (1957). - OOSTERHOFF, P.Th.: Bull. Astr. Netherlands 10, 58 (1944); - Observatory 62, 104 (1939). - PARENAGO, P.P.: Russ. Astronom. J. 17, 21 (1940); 22, 129 (1945). - PAWLOWSKAJA, E.D.: Variable Stars Bull. 9, 233 und 349 (1953). - VAN RHIJN, P.J.: Groningen Publ. 53, 9 (1949). - ROBERTS, M. und A.R. SANDAGE: Astronom. J. 60, 185 (1955). - SANDAGE, A.R.: Astronom. J. 58, 61 (1953). - SANDAGE, A.R. und W.F. WALKER: Astronom. J. 60, 230 (1955). - SANDAGE, A.: Astrophys. J. 123, 278 (1956). - SANDAGE, A.: Semaine d'Etude sur le Probleme des Populations Stellaires = Rich. Astron. 5 (1958). - SANDIG, H.U.: Kl. Veröff. Bamberg Nr. 5 (1950). - SAUER, M.: Astr. Nachr. 282, 171 (1953). - SAWYER-HOGG, H.B.: Comm. David Dunlap Obs. Nr. 77 (1944). - SCHWARZSCHILD, M.: Harvard Circ. 437 (1940). - SCHMIDT, K.H.: Mitt. Jena Nr. 21 (1956) und Nr. 27 (1957). - SCHMIDT, Th.: Z. Astrophysik 45, 214 (1958). - SMITH, H.: Astronom. J. 60, 179 (1955). - SPINRAD, H.: Publ. Astr. Soc. Pacific 71, 340 (1959). - STEBBINS, J., HUFFNER, C.M. und A.E. WHITFORD: Publ. Washburn Obs. 15, Part 5 (1934); Astrophys. J. 91, 20 (1940). -

STROHMEIER, W. und E. GEYER: Kl. Veröff. Bamberg Nr. 13 (1955). -
STRUVE, O.: Publ. Astr. Soc. Pacific 62, 217 (1950). - TIPT, W. G.
und H. J. SMITH: Astrophys. J. 127, 591 (1958). - WALKER, M. F.:
Astronom. J. 60, 197 (1955). - WEMPE, J.: Astr. Nachr. 275, 1 (1947). -
WILLIAMS, E. T. R.: Astrophys. J. 75, 386 (1932). - WOLTJER, L.:
Bull. Astr. Netherlands 13, 58 und 62 (1956). -

Der Verfasser schuldet besonderen Dank dem Direktor der Re-
meis-Sternwarte, Herrn Dr. W. Strohmeier, für die Ermöglichung
der Beobachtungen an seinem Institut und für sein stetes Inter-
esse am Zustandekommen vorliegender Arbeit, wie auch Herrn Ob-
servator Dr. habil. A. Behr, Göttingen, für wertvolle Anre-
gungen zu Beginn der Untersuchung.

